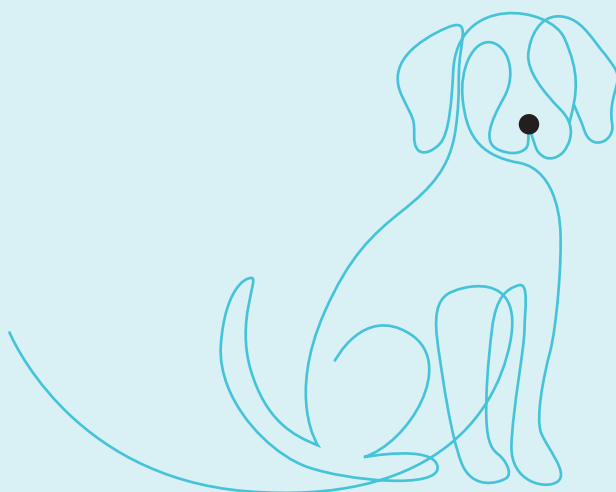




AI 튜터와 함께 푸는 RPM Pro

중학 수학 3-2

정답 및 풀이





01 삼각비

I. 삼각비

SELF CHECK

본책 8~9쪽

A (1) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$

(2) $\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$

(3) $\tan A = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{12}$

(4) $\sin C = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{13}$

(5) $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$

(6) $\tan C = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{5}$

답 (1) $\frac{5}{13}$ (2) $\frac{12}{13}$ (3) $\frac{5}{12}$ (4) $\frac{12}{13}$ (5) $\frac{5}{13}$ (6) $\frac{12}{5}$

B (1) $\sin 60^\circ + \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

(2) $\tan 45^\circ - \sin 30^\circ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

(3) $\cos 45^\circ \times \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$

(4) $\tan 60^\circ \div \cos 60^\circ = \sqrt{3} \div \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$

답 (1) $\sqrt{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$ (4) $2\sqrt{3}$

C (1) $\sin x = \frac{AB}{OA} = \frac{AB}{1} = AB$

(2) $\cos x = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{1} = OB$

(3) $\tan x = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{1} = CD$

(4) $\sin y = \frac{OB}{OA} = \frac{OB}{1} = OB$

답 (1) AB (2) OB (3) CD (4) OB

D (1) $\sin 0^\circ + \cos 90^\circ = 0 + 0 = 0$

(2) $\cos 0^\circ - \tan 0^\circ = 1 - 0 = 1$

(3) $\sin 90^\circ \times \cos 0^\circ = 1 \times 1 = 1$

(4) $\sin 0^\circ + \cos 45^\circ \times \tan 0^\circ = 0 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times 0 = 0$

답 (1) 0 (2) 1 (3) 1 (4) 0

E (1) $\sin 26^\circ = 0.4384$

(2) $\cos 24^\circ = 0.9135$

(3) $\tan 27^\circ = 0.5095$

답 (1) 0.4384 (2) 0.9135 (3) 0.5095

내신 유형 다지기

본책 10~21쪽

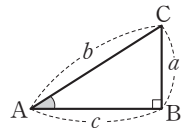
유형 001 삼각비의 값

본책 10쪽

(1) $\sin A = \frac{(\text{높이})}{(\text{빗변의 길이})} = \frac{a}{b}$

(2) $\cos A = \frac{(\text{밑변의 길이})}{(\text{빗변의 길이})} = \frac{c}{b}$

(3) $\tan A = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})} = \frac{a}{c}$



001 $\overline{BC} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ 이므로

$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4\sqrt{5}}{8} = \frac{\sqrt{5}}{2}$

$\cos B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$

$\sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$

$\therefore \tan A \times \cos B - \sin B = \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

답 ②

002 $\overline{BC} = 2\overline{BO} = 2 \times 4 = 8$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{7})^2} = \sqrt{36} = 6$

$\therefore \tan B = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{2\sqrt{7}}{6} = \frac{\sqrt{7}}{3}$

답 ④

003 $\overline{AB} : \overline{BC} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AB} = 3k$, $\overline{BC} = 2k$ ($k > 0$)라 하면

$\overline{AC} = \sqrt{(3k)^2 + (2k)^2} = \sqrt{13k^2} = \sqrt{13}k$ ($\because k > 0$)

$\therefore \cos C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2k}{\sqrt{13}k} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$

답 $\frac{2\sqrt{13}}{13}$

004 $\triangle ABD$ 에서

$\overline{AB} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 - 4^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$

... ①단계

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC} = \sqrt{15^2 - (2\sqrt{14})^2} = \sqrt{169} = 13$

... ②단계

$\therefore \sin x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{13}{15}$

... ③단계

답 $\frac{13}{15}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{BC}$ 의 길이 구하기	30 %
3	$\sin x$ 의 값 구하기	40 %

005 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$

이때 $\overline{AD}$ 가 $\angle BAC$ 의 이등분선이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 에서

$\overline{BD} : \overline{CD} = 10 : 6 = 5 : 3$

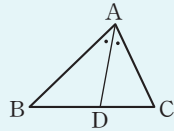
$$\begin{aligned}\therefore \overline{CD} &= 8 \times \frac{3}{5+3} = 3 \\ \triangle ADC \text{에서 } \overline{AD} &= \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \\ \therefore \cos x &= \frac{\overline{AC}}{\overline{AD}} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{답 } \frac{2\sqrt{5}}{5}\end{aligned}$$

만점 공략 노트

삼각형의 각의 이등분선

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 하면

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$$



006 $\triangle ACB$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AD} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{3}$

$\triangle AED$ 에서 $\overline{AE} = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{4}$

∴

이므로

1번째로 만든 직각삼각형의 세 변의 길이는 1, 1, $\sqrt{2}$

2번째로 만든 직각삼각형의 세 변의 길이는 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

3번째로 만든 직각삼각형의 세 변의 길이는 1, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$

∴

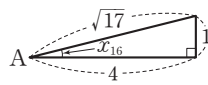
즉 n 번째로 만든 직각삼각형의 세 변의 길이는 1, $\sqrt{n}$, $\sqrt{n+1}$ 이므로 16번째로 만든 직각삼각형의 세 변의 길이는 1, 4, $\sqrt{17}$ 이다.

오른쪽 그림의 직각삼각형에서

$$\sin x_{16} = \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

$$\cos x_{16} = \frac{4}{\sqrt{17}} = \frac{4\sqrt{17}}{17}$$

$$\therefore \sin x_{16} + \cos x_{16} = \frac{\sqrt{17}}{17} + \frac{4\sqrt{17}}{17} = \frac{5\sqrt{17}}{17} \quad \text{답 } \frac{5\sqrt{17}}{17}$$



유형 002 삼각비를 이용하여 삼각형의 변의 길이 구하기

본책 11쪽

직각삼각형에서 한 변의 길이와 한 삼각비의 값을 알 때, 삼각형의 나머지 변의 길이는 다음과 같은 순서로 구한다.

- ① 주어진 삼각비의 값을 이용하여 한 변의 길이를 구한다.
- ② 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구한다.

007 $\tan C = \frac{\overline{AB}}{9} = \frac{5}{3}$ 이므로 $\overline{AB} = 15$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{15^2 + 9^2} = \sqrt{306} = 3\sqrt{34} \quad \text{답 } ④$$

008 $\cos A = \frac{\overline{AC}}{16} = \frac{3}{4}$ 이므로 $\overline{AC} = 12$

$$\overline{BC} = \sqrt{16^2 - 12^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{7} \times 12 = 24\sqrt{7} \quad \text{답 } ③$$

009 $\triangle ABC$ 에서 $\cos A = \frac{8}{\overline{AB}} = \frac{4}{5}$ 이므로 $\overline{AB} = 10$

$$\overline{BC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{이므로}$$

$$\overline{DC} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{3^2 + 8^2} = \sqrt{73} \quad \text{답 } \sqrt{73}$$

010 $\sin B = \frac{\overline{AC}}{20} = \frac{\sqrt{5}}{4}$ 이므로 $\overline{AC} = 5\sqrt{5} \quad \dots$ (1단계)

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{20^2 - (5\sqrt{5})^2} = \sqrt{275} = 5\sqrt{11}$ 이므로

$\dots$ (2단계)

$$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{5\sqrt{11}}{5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{55}}{5}$$

$$\cos B = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{5\sqrt{11}}{20} = \frac{\sqrt{11}}{4} \quad \dots$$
 (3단계)

$$\therefore \tan A \times \cos B = \frac{\sqrt{55}}{5} \times \frac{\sqrt{11}}{4} = \frac{11\sqrt{5}}{20} \quad \dots$$
 (4단계)

$$\text{답 } \frac{11\sqrt{5}}{20}$$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	20 %
2	$\overline{BC}$ 의 길이 구하기	20 %
3	$\tan A$, $\cos B$ 의 값 구하기	40 %
4	$\tan A \times \cos B$ 의 값 구하기	20 %

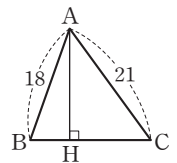
011 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\cos B = \frac{\overline{BH}}{18} = \frac{1}{3} \quad \therefore \overline{BH} = 6$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}$$

따라서 $\triangle AHC$ 에서

$$\sin C = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{12\sqrt{2}}{21} = \frac{4\sqrt{2}}{7} \quad \text{답 } ④$$



012 $\triangle ABC$ 에서 $\tan x = \frac{12}{\overline{BC}} = \frac{2}{3}$ 이므로 $\overline{BC} = 18$

$\overline{BD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{CD} = 18 - a$ 이므로 $\triangle ABD$ 에서

$$(18 - a)^2 = 12^2 + a^2, \quad a^2 - 36a + 324 = 144 + a^2$$

$$36a = 180 \quad \therefore a = 5$$

따라서 $\overline{BD} = 5$ 이므로 $\tan y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BD}} = \frac{12}{5} \quad \text{답 } \frac{12}{5}$

유형 003 한 삼각비의 값을 알 때, 다른 삼각비의 값 구하기

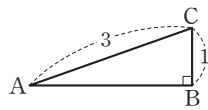
본책 12쪽

$\sin$, $\cos$, $\tan$ 중 한 삼각비의 값을 알 때, 다른 삼각비의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.

- ① 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그린다.
- ② 피타고라스 정리를 이용하여 나머지 한 변의 길이를 구한다.
- ③ 다른 삼각비의 값을 구한다.

013 $\angle B=90^\circ$ 이고 $\sin A=\frac{1}{3}$ 이므로

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}=3$, $\overline{BC}=1$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$$\overline{AB}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\text{이므로}$$

① $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

② $\tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

③ $\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

④ $\cos C=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{1}{3}$

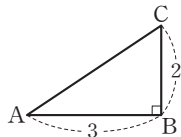
⑤ $\tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{2\sqrt{2}}{1}=2\sqrt{2}$

따라서 옳은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

014 $\tan A=\frac{2}{3}$ 이므로 오른쪽 그림과

같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.



$$\overline{AC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}\text{이므로}$$

$$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$$

$$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} &= \left(\frac{3\sqrt{13}}{13} + \frac{2\sqrt{13}}{13} \right) \div \left(\frac{3\sqrt{13}}{13} - \frac{2\sqrt{13}}{13} \right) \\ &= \frac{5\sqrt{13}}{13} \div \frac{\sqrt{13}}{13} = \frac{5\sqrt{13}}{13} \times \frac{13}{\sqrt{13}} = 5 \end{aligned}$$

답 ④

015 $25x^2-40x+16=0$ 에서

$$(5x-4)^2=0 \quad \therefore x=\frac{4}{5}$$

$$\therefore \cos A=\frac{4}{5}$$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=5$, $\overline{AB}=4$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\text{이므로}$$

$$\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin A + \cos A = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

답 $\frac{7}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	$\cos A$ 의 값 구하기	20%
2	$\overline{BC}$ 의 길이 구하기	30%
3	$\sin A$ 의 값 구하기	30%
4	$\sin A + \cos A$ 의 값 구하기	20%

016 $\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

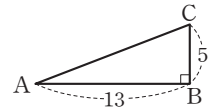
$$\sin A : \cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{BC} : \overline{AB}$$

이므로 $\overline{BC} : \overline{AB} = 5 : 13$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=13$, $\overline{BC}=5$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\therefore \tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{5}{13}$$

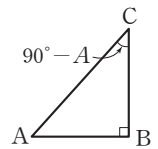
답 $\frac{5}{13}$



유형 004 한 삼각비의 값을 알 때, 다른 삼각비의 값 구하기; $90^\circ - A$

본책 12쪽

직각삼각형 ABC에서 $\angle B=90^\circ$ 이면 $\angle C=90^\circ - A$ 임을 이용하여 주어진 삼각비의 값을 갖는 직각삼각형을 그린 후 다른 삼각비의 값을 구한다.



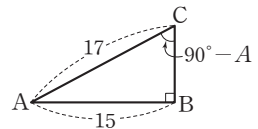
017 $\sin(90^\circ - A) = \frac{15}{17}$ 이므로

오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=17$, $\overline{AB}=15$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{BC}=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8\text{이므로}$$

$$\tan A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{8}{15}$$

답 $\frac{8}{15}$



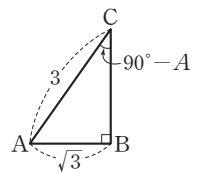
018 $\sqrt{6} \cos A = \sqrt{2}$ 에서 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\angle B=90^\circ$, $\overline{AC}=3$, $\overline{AB}=\sqrt{3}$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{BC}=\sqrt{3^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}\text{이므로}$$

$$\tan(90^\circ - A) = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

답 ②



019 $7 \sin A = 24 \cos A$ 에서

$$\sin A : \cos A = 24 : 7$$

$\angle B=90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

$$\sin A : \cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{BC} : \overline{AB}$$

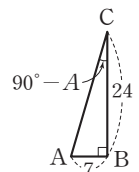
이므로 $\overline{BC} : \overline{AB} = 24 : 7$

따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=7$, $\overline{BC}=24$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{AC}=\sqrt{7^2+24^2}=\sqrt{625}=25\text{이므로}$$

$$\cos(90^\circ - A) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{24}{25}$$

답 ⑤



유형 005 직각삼각형의 닮음과 삼각비 (1)

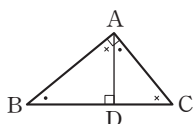
본책 13쪽

△ABC = 90°인 직각삼각형 ABC에
서 AD ⊥ BC일 때

$$\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$$

(AA 닮음)

$$\rightarrow \angle ABC = \angle DAC, \angle BCA = \angle BAD$$



020 △ABC ∼ △DBA (AA 닮음)이

므로

$$\angle ACB = \angle DAB = x$$

△ABC ∼ △DAC (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle DAC = y$$

△ABC에서

$$BC = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20$$

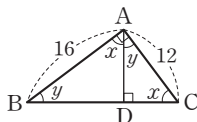
이므로

$$\cos x = \cos C = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\sin y = \sin B = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \cos x + \sin y = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

답 6/5



021 △ABC ∼ △DAC (AA 닮음)이

므로

$$\angle ABC = \angle DAC$$

$$\therefore \triangle ABD \text{에서 } \cos B = \frac{BD}{AB}$$

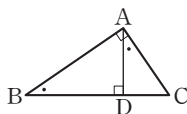
$$\therefore \triangle ABC \text{에서 } \cos B = \frac{AB}{BC}$$

따라서, △DAC에서

$$\cos B = \cos (\angle DAC) = \frac{AD}{AC}$$

이상에서 cos B와 그 값이 항상 같은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ②



022 △BCD ∼ △BHC (AA 닮음)이므로

로

$$\angle BDC = \angle BCH = x$$

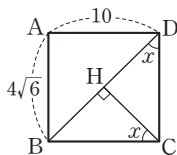
△BCD에서

$$BD = \sqrt{10^2 + (4\sqrt{6})^2} = \sqrt{196} = 14$$

이므로

$$\sin x = \sin (\angle BDC) = \frac{BC}{BD} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

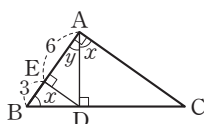
답 5/7



023 △ABC ∼ △DAC (AA 닮음)

이므로

$$\angle ABC = \angle DAC = x$$



△ABD ∼ △DBE ∼ △ADE (AA 닮음)이므로

$$BD^2 = BE \times BA = 3 \times 9 = 27$$

$$\therefore BD = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} (\because BD > 0)$$

△ABD에서 AD = √(9² - (3√3)²) = √54 = 3√6이므로

$$\sin x = \sin B = \frac{AD}{AB} = \frac{3\sqrt{6}}{9} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\sin y = \sin (\angle BAD) = \frac{BD}{AB} = \frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \sin x + \sin y = \frac{\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}$$

답

$$\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{3}$$

만점 공략 노트

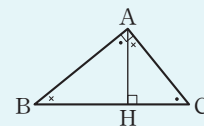
직각삼각형의 닮음의 응용

△A = 90°인 직각삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 빗변 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때

$$(1) AB^2 = BH \times BC$$

$$(2) AC^2 = CH \times CB$$

$$(3) AH^2 = HB \times HC$$



유형 006 직각삼각형의 닮음과 삼각비 (2)

본책 13쪽

△A = 90°인 직각삼각형 ABC에서

(1) DE ⊥ BC일 때

$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

(AA 닮음)

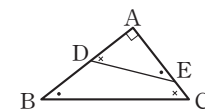
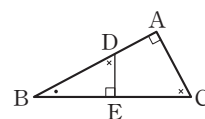
$$\rightarrow \angle BCA = \angle BDE$$

(2) ∠B = ∠AED일 때

$$\triangle ABC \sim \triangle AED$$

(AA 닮음)

$$\rightarrow \angle BCA = \angle EDA$$



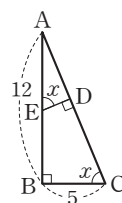
024 △ABC ∼ △ADE (AA 닮음)이므로

$$\angle ACB = \angle AED = x$$

△ABC에서 AC = √(12² + 5²) = √169 = 13이므로

$$\cos x = \cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{5}{13}$$

답 ①



025 △ABC ∼ △EBD (AA 닮음)이

므로

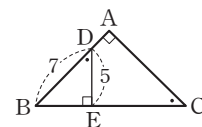
$$\angle BCA = \angle BDE \quad \dots \text{①단계}$$

△DBE에서 BE = √(7² - 5²) = √24 = 2√6

이므로

$$\sin C = \sin (\angle BDE) = \frac{BE}{BD} = \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\tan C = \tan (\angle BDE) = \frac{BE}{DE} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \quad \dots \text{②단계}$$



$$\therefore \frac{\tan C}{\sin C} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \div \frac{2\sqrt{6}}{7} = \frac{2\sqrt{6}}{5} \times \frac{7}{2\sqrt{6}} = \frac{7}{5} \quad \dots \text{3단계}$$

답 $\frac{7}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	삼각형의 닮음을 이용하여 $\angle C$ 와 크기가 같은 각 찾기	30 %
2	$\sin C$, $\tan C$ 의 값 구하기	50 %
3	$\frac{\tan C}{\sin C}$ 의 값 구하기	20 %

026 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle BDC = x$$

$$\text{이때 } \tan(\angle ABC) = \frac{\overline{AC}}{8} = \frac{5}{2} \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = 20$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB} = \sqrt{8^2 + 20^2} = \sqrt{464} = 4\sqrt{29} \text{이므로}$$

$$\sin x = \sin(\angle ABC)$$

$$= \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{20}{4\sqrt{29}} = \frac{5\sqrt{29}}{29}$$

답 $\frac{5\sqrt{29}}{29}$



027 $\overline{BC}$ 의 중점이 $\triangle ABC$ 의 외심과 일치하므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle BAC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC} = 2 \times 6 = 12 \text{이므로}$$

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$$

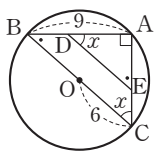
$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)에서 $\angle ACB = \angle ADE = x$ 이므로

$$\tan x = \tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{9}{3\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}$$

$$\cos x = \cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{3\sqrt{7}}{12} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$\therefore \tan x - \cos x = \frac{3\sqrt{7}}{7} - \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{5\sqrt{7}}{28}$$

답 $\frac{5\sqrt{7}}{28}$



만점 공략 노트

직각삼각형의 외심의 위치는 빗변의 중점이므로 삼각형에서 가장 긴 변의 중점이 그 외접원의 중심과 일치하면 그 삼각형은 직각삼각형이다.

유형 007 직선의 방정식과 삼각비

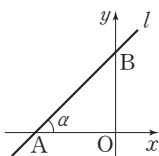
본책 14쪽

직선 l 이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α 라 할 때, 삼각비의 값은 다음과 같은 순서로 구한다.

① 직선의 방정식에 $y=0$, $x=0$ 을 각각 대입하여 두 점 A, B의 좌표를 구한다.

② 직각삼각형 AOB에서 삼각비의 값을 구한다.

$$\rightarrow \sin \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}}, \cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}}, \tan \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}$$



028 일차함수 $y = \frac{1}{2}x + 3$ 의 그래프가 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면 $y=0$ 일 때 $x=-6$, $x=0$ 일 때 $y=3$ 이므로

$$A(-6, 0), B(0, 3)$$

$$\triangle AOB \text{에서 } \overline{OA} = 6, \overline{OB} = 3 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

따라서

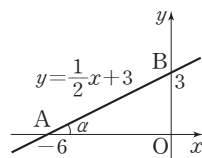
$$\sin \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{3}{3\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5},$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{6}{3\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

이므로

$$\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{2\sqrt{5}}{5} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$$

답 ④



029 직선 $3x - 4y + 9 = 0$ 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하면

$$y=0 \text{일 때, } 3x+9=0$$

$$\therefore x = -3$$

$$x=0 \text{일 때, } -4y+9=0$$

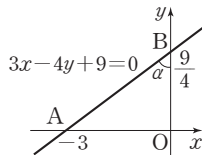
$$\therefore y = \frac{9}{4}$$

$$\therefore A(-3, 0), B(0, \frac{9}{4})$$

$$\triangle AOB \text{에서 } \overline{OA} = 3, \overline{OB} = \frac{9}{4} \text{이므로}$$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = 3 \div \frac{9}{4} = \frac{4}{3}$$

답 $\frac{4}{3}$



030 기울기가 $-\frac{3}{2}$ 이므로 직선의 방정식을

$$y = -\frac{3}{2}x + b$$

라 하면 이 직선이 점 (2, 6)을 지나므로

$$6 = -\frac{3}{2} \times 2 + b$$

$$\therefore b = 9$$

$$\therefore y = -\frac{3}{2}x + 9$$

... 1단계

$$y=0 \text{일 때 } x=6, x=0 \text{일 때 } y=9 \text{이므로}$$

$$A(6, 0), B(0, 9)$$

$$\triangle AOB \text{에서 } \overline{OA} = 6, \overline{OB} = 9 \text{이므로}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 9^2} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

... 2단계

따라서

$$\sin \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{9}{3\sqrt{13}} = \frac{3\sqrt{13}}{13},$$

$$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{6}{3\sqrt{13}} = \frac{2\sqrt{13}}{13}$$

... 3단계

이므로

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{3\sqrt{13}}{13} - \frac{2\sqrt{13}}{13} = \frac{\sqrt{13}}{13} \quad \dots \text{4단계}$$

$$\text{답 } \frac{\sqrt{13}}{13}$$

단계	채점 요소	비율
1	직선의 방정식 구하기	20 %
2	AB의 길이 구하기	30 %
3	$\sin \alpha, \cos \alpha$ 의 값 구하기	40 %
4	$\sin \alpha - \cos \alpha$ 의 값 구하기	10 %

참고 기울기가 a 이고 점 (x_1, y_1) 을 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 로 놓고 $x = x_1, y = y_1$ 을 대입하여 b 의 값을 구한다.

031 $\triangle AOB \sim \triangle OHB$ (AA 닮음)이므로 $\angle BAO = \angle BOH = \alpha$

$x - 3y + 12 = 0$ 에서

$y = 0$ 일 때, $x + 12 = 0$

$$\therefore x = -12$$

$x = 0$ 일 때, $-3y + 12 = 0$

$$\therefore y = 4$$

$$\therefore A(-12, 0), B(0, 4)$$

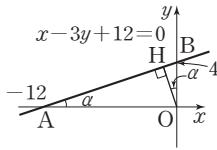
$\triangle AOB$ 에서 $\overline{OA} = 12, \overline{OB} = 4$ 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 4^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$\therefore \sin \alpha = \sin(\angle BAO)$$

$$= \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{4}{4\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

$$\text{답 } \frac{\sqrt{10}}{10}$$



유형 008 입체도형에서 삼각비의 값 구하기 본책 14쪽

입체도형에서 직각삼각형을 찾아 피타고라스 정리를 이용하여 변의 길이를 구한다.

032 $\triangle FGH$ 에서

$$\overline{FH} = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}$$

$\triangle BFH$ 는 $\angle BFH = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{BH} = \sqrt{5^2 + (5\sqrt{2})^2} = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

$$\therefore \sin x = \frac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \frac{5}{5\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{답 } \frac{\sqrt{3}}{3}$$

033 $\triangle EFG$ 에서

$$\overline{EG} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$\triangle AEG$ 는 $\angle AEG = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AG} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

따라서

$$\sin x = \frac{\overline{AE}}{\overline{AG}} = \frac{12}{13},$$

$$\cos x = \frac{\overline{EG}}{\overline{AG}} = \frac{5}{13}.$$

$$\tan x = \frac{\overline{AE}}{\overline{EG}} = \frac{12}{5}$$

이므로

$$\tan x \times \cos x + \sin x = \frac{12}{5} \times \frac{5}{13} + \frac{12}{13} = \frac{24}{13}$$

$$\text{답 } \frac{24}{13}$$

034 $\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3$ 이고 $\triangle DMC$ 는

$\angle DMC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{DM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\triangle BCD$

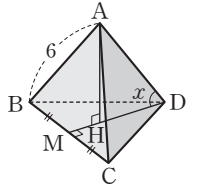
에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는

$\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{DH}}{\overline{AD}} = \frac{2\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\text{답 } \frac{\sqrt{3}}{3}$$



만점 공략 노트

정사면체의 한 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선의 발은 밑면인 정삼각형의 무게중심이다.

035 $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$ 이고 $\triangle ABM$ 은

$\angle AMB = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{AM} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AN} = \overline{AM} = 6\sqrt{3}$$

즉 $\triangle AMN$ 은 $\overline{AM} = \overline{AN}$ 인 이등변삼각형

이므로 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서

$\overline{MN}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{MH} = \overline{NH} = \frac{1}{2}\overline{MN}$$

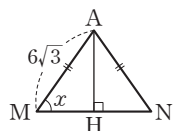
$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

따라서 $\triangle AMH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 6^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AH}}{\overline{MH}} = \frac{6\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2}$$

$$\text{답 } \sqrt{2}$$



단계	채점 요소	비율
1	AM, AN의 길이 구하기	30 %
2	MH, AH의 길이 구하기	50 %
3	$\tan x$ 의 값 구하기	20 %

만점 공략 노트

이등변삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

→ (꼭지각의 이등분선)

= (밑변의 수직이등분선)

= (꼭지각의 꼭짓점에서 밑면에 내린 수선)

유형 009 접은 도형에서 삼각비의 값 구하기

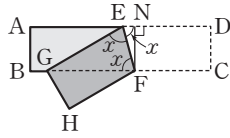
본책 15쪽

직사각형 모양의 종이를 접은 도형에서

- ① 접은 각의 크기와 평행선에서 엇각의 크기가 같음을 이용하여 $\triangle GFE$ 가 이등변삼각형을 안다.

- ② 접은 변의 길이가 같음을 이용하여 $\overline{GE}$ 의 길이를 구하여 $\overline{GF}$ 의 길이를 구한다. 또 직각삼각형 GHE 에서 $\overline{FH}$ 의 길이를 구하여 $\overline{CF}$ 의 길이를 구한다.

- ③ 점 F에서 $\overline{AD}$ 에 수선을 그어 직각삼각형을 만든 후 삼각비의 값을 구한다.



- 036 오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 N이라 하면

$$\angle GEF = \angle DEF \text{ (접은 각)}, \\ \angle DEF = \angle GFE \text{ (엇각)}$$

이므로 $\angle GEF = \angle GFE$

즉 $\triangle GFE$ 는 이등변삼각형이다.

$$\overline{GF} = \overline{GE} = \overline{DE} = 2, \overline{GH} = \overline{DC} = \overline{AB} = 1 \text{ 이므로 } \triangle GHE \text{ 에서} \\ \overline{HF} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

$$\overline{DN} = \overline{CF} = \overline{HF} = \sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\overline{EN} = \overline{DE} - \overline{DN} = 2 - \sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ENF$ 에서

$$\tan x = \frac{\overline{NF}}{\overline{EN}} = \frac{1}{2 - \sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}$$

답 ④

만점 공략 노트

분모의 유리화

$$① \frac{c}{a + \sqrt{b}} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{(a + \sqrt{b})(a - \sqrt{b})} = \frac{c(a - \sqrt{b})}{a^2 - b}$$

$$② \frac{c}{\sqrt{a} + \sqrt{b}} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{(\sqrt{a} + \sqrt{b})(\sqrt{a} - \sqrt{b})} = \frac{c(\sqrt{a} - \sqrt{b})}{a - b}$$

- 037 $\angle FEG = \angle DEG$ (접은 각),

$$\angle DEG = \angle EGF \text{ (엇각) 이므로 } \angle FEG = \angle EGF$$

즉 $\triangle FGE$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{FG} = \overline{FE} = 2\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 G에서 $\overline{EH}$ 에 내

린 수선의 발을 N이라 하면

$$\overline{GN} = \overline{IH} = \overline{CD} = \overline{AB} = 3 \text{ 이므로}$$

$\triangle GFN$ 에서

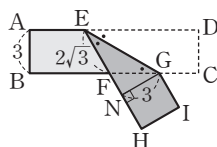
$$\overline{FN} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 - 3^2} = \sqrt{3}$$

따라서 $\overline{EN} = \overline{EF} + \overline{FN} = 2\sqrt{3} + \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 이므로

$$\tan(\angle EGF) = \tan(\angle FEG)$$

$$= \frac{\overline{GN}}{\overline{EN}} = \frac{3}{3\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

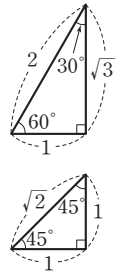
답 ②



유형 010 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값

본책 15쪽

삼각비 \ A	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$



038 $\therefore \sin 60^\circ - \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$

$\therefore \sin 45^\circ + \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$\therefore \sin 60^\circ \times \cos 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \sin 30^\circ \div \tan 30^\circ = \frac{1}{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ④

- 039 $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 이므로 $4x^2 + ax - 5 = 0$ 에 $x = \frac{1}{2}$ 을 대입하면

$$4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + a \times \frac{1}{2} - 5 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

답 ④

- 040 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 에서

$$105^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A \quad \therefore \angle A = 30^\circ$$

$\angle C = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ 이므로

$$\sin A + \cos C = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ \\ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

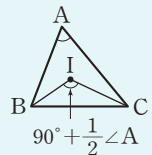
답 ⑤

만점 공략 노트

삼각형의 내심의 응용

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때,

$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$$



- 041 직각삼각형의 외심은 빗변의 중점과 일치하므로 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$$\therefore \overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$$

이때 $\angle BMC = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BCM$ 에서

$$\angle MBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$

$$\therefore \sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

답 ②

다른 풀이 점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM}$$

$\triangle MCA$ 는 이등변삼각형이고 $\angle BMC = 60^\circ$ 이므로

$$\angle MCA = \angle MAC = 30^\circ$$

$$\therefore \sin A = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

042 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1:3:8$ 이고 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

$$A = 180^\circ \times \frac{3}{1+3+8} = 45^\circ$$

$$\therefore \sin A : \cos A : \tan A$$

$$= \sin 45^\circ : \cos 45^\circ : \tan 45^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} : \frac{\sqrt{2}}{2} : 1 = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

답 ②

043 $\triangle BCE$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$$\overline{BC} = \overline{DC}, \overline{CE} \text{는 공통}, \angle BCE = \angle DCE = 45^\circ$$

이므로 $\triangle BCE \cong \triangle DCE$ (SAS 합동) ... ①단계

즉 $\angle BEC = \angle DEC$ 이고 $\triangle BCE$ 에서

$$\angle BEC = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$$

이므로 $\angle DEC = \angle BEC = 75^\circ$... ②단계

$$\therefore x = 180^\circ - (75^\circ + 75^\circ) = 30^\circ$$

... ③단계

$$\therefore 2(\cos x - \sin x) = 2(\cos 30^\circ - \sin 30^\circ)$$

$$= 2 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \right) = \sqrt{3} - 1$$

답 $\sqrt{3} - 1$

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle BCE \cong \triangle DCE$ 임을 알기	20 %
2	$\angle BEC, \angle DEC$ 의 크기 구하기	30 %
3	x 의 크기 구하기	20 %
4	$2(\cos x - \sin x)$ 의 값 구하기	30 %

유형 011 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값을 이용하여 각의 크기 구하기

본책 16쪽

예각에 대한 삼각비의 값이 주어지면 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값을 이용하여 각의 크기를 구한다.

예 $\angle A$ 가 예각일 때 $\sin A = \frac{1}{2}$ 이면

$$\sin A = \sin 30^\circ \quad \therefore \angle A = 30^\circ$$

044 $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 이므로

$$3x - 45^\circ = 45^\circ \quad \therefore x = 30^\circ$$

$$\therefore \cos x + \tan x = \cos 30^\circ + \tan 30^\circ$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

답 ④

045 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\sin 5x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로

$$5x = 60^\circ \quad \therefore x = 12^\circ$$

답 12°

046 $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이므로

$$20^\circ + 2x = 60^\circ \quad \therefore x = 20^\circ$$

$$\therefore \cos 3x \times \sin(x + 10^\circ) = \cos 60^\circ \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$$

답 $\frac{1}{4}$

047 $\cos C = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이므로 $\angle C = 30^\circ$

$$\therefore \tan 2C - \sin 2C = \tan 60^\circ - \sin 60^\circ$$

$$= \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

답 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

유형 012 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이 구하기

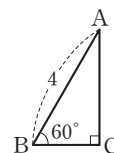
본책 17쪽

$30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값을 이용하여 직각삼각형의 변의 길이를 구한다.

예 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서

$$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 2\sqrt{3}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{4} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{BC} = 2$$



048 $\triangle ABD$ 에서

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{10} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 5$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{BD}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{BD} = 5\sqrt{3}$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\tan 45^\circ = \frac{5}{\overline{CD}} = 1 \quad \therefore \overline{CD} = 5$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 5\sqrt{3} + 5$$

답 $5\sqrt{3} + 5$

049 $\triangle ABC$ 에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3}$$

$\triangle BCD$ 에서 $\tan 60^\circ = \frac{4\sqrt{3}}{\overline{CD}} = \sqrt{3}$

$$\therefore \overline{CD} = 4$$

답 4

050 $\triangle ABC$ 에서 $\tan 30^\circ = \frac{3}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$$\therefore \overline{AB} = 3\sqrt{3}$$

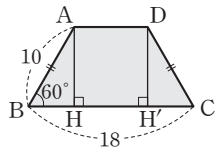
△ADC에서 $\angle CDB = 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$
 △BCD에서 $\tan 45^\circ = \frac{3}{\overline{DB}} = 1$
 $\therefore \overline{DB} = 3$
 $\therefore \overline{AD} = \overline{AB} - \overline{DB}$
 $= 3\sqrt{3} - 3 = 3(\sqrt{3} - 1)$

답 ②

051 △ADE에서 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{AD}}{12} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 $\therefore \overline{AD} = 6\sqrt{2}$... (1단계)
 $\overline{DF} \parallel \overline{BC}$ 이므로
 $\angle AFD = \angle C = 60^\circ$ (동위각) ... (2단계)
 따라서 △ADF에서
 $\tan 60^\circ = \frac{6\sqrt{2}}{\overline{DF}} = \sqrt{3} \quad \therefore \overline{DF} = 2\sqrt{6}$... (3단계)
 $\therefore \triangle ADF = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6\sqrt{2} = 12\sqrt{3}$... (4단계)
 답 $12\sqrt{3}$

단계	채점 요소	비율
1	AD의 길이 구하기	30 %
2	∠AFD의 크기 구하기	20 %
3	DF의 길이 구하기	30 %
4	△ADF의 넓이 구하기	20 %

052 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하자.
 △ABH에서



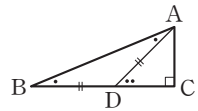
$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $\therefore \overline{AH} = 5\sqrt{3}$
 $\cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{10} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{BH} = 5$
 이때 $\overline{CH'} = \overline{BH} = 5$ 이므로
 $\overline{AD} = \overline{HH'} = 18 - 5 - 5 = 8$
 $\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (8 + 18) \times 5\sqrt{3} = 65\sqrt{3}$... (5단계)

053 △ABC에서
 $\angle B = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$
 △ABD에서
 $\sin 60^\circ = \frac{\overline{AD}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AD} = 8\sqrt{3}$
 $\angle DAB = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ 이므로 △AED에서
 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{DE}}{8\sqrt{3}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{DE} = 4\sqrt{3}$
 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{AE}}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AE} = 12$
 $\therefore \triangle AED = \frac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{3} = 24\sqrt{3}$... (4단계)

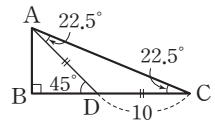
유형 013 $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 의 삼각비의 값을 이용하여 다른 삼각비의 값 구하기

본책 18쪽

이등변삼각형 ABD에서
 $\angle B = \angle BAD, \angle ADC = 2\angle B$
 임을 이용한다.



054 △ADC에서 $\overline{AD} = \overline{CD} = 10$
 이므로 $\angle DAC = \angle C = 22.5^\circ$
 $\therefore \angle ADB = 22.5^\circ + 22.5^\circ = 45^\circ$

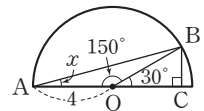


△ABD에서
 $\sin 45^\circ = \frac{\overline{AB}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 5\sqrt{2}$
 $\cos 45^\circ = \frac{\overline{BD}}{10} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BD} = 5\sqrt{2}$

따라서 △ABC에서
 $\tan 22.5^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{2} + 10} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 2} = \sqrt{2} - 1$

답 $\sqrt{2} - 1$

055 $\angle BOC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$
 $\overline{OB} = \overline{OA} = 4$ 이므로
 △OCB에서

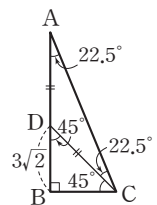


$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{4} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{BC} = 2$
 $\cos 30^\circ = \frac{\overline{OC}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{OC} = 2\sqrt{3}$

따라서 △ACB에서
 $\tan x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{2}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

답 $2 - \sqrt{3}$

056 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이고
 $\angle BDC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$ 이므로
 $\angle DCA = \angle A = \frac{1}{2} \times 45^\circ = 22.5^\circ$
 $\therefore \angle ACB = 22.5^\circ + 45^\circ = 67.5^\circ$

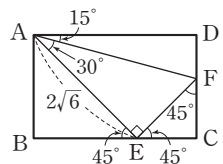


△DBC에서
 $\tan 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{\overline{BC}} = 1 \quad \therefore \overline{BC} = 3\sqrt{2}$
 $\sin 45^\circ = \frac{3\sqrt{2}}{\overline{CD}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{CD} = \overline{AD} = 6$

따라서 △ABC에서
 $\tan 67.5^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{6 + 3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = \sqrt{2} + 1$

답 ⑤

057 △CFE에서
 $\angle FEC = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$
 $\angle AEB = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$ 이므로 △ABE에서
 $\angle EAB = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$



이때 $\angle BAD = 90^\circ$ 이므로

$$\angle DAF = 90^\circ - (45^\circ + 30^\circ) = 15^\circ$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{BE}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BE} = 2\sqrt{3}$$

$\triangle AEF$ 에서

$$\cos 30^\circ = \frac{2\sqrt{6}}{\overline{AF}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AF} = 4\sqrt{2}$$

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{EF}}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{EF} = 2\sqrt{2}$$

$\triangle CFE$ 에서

$$\cos 45^\circ = \frac{\overline{CE}}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{CE} = 2$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 2\sqrt{3} + 2$$

따라서 $\triangle AFD$ 에서

$$\cos 15^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AF}} = \frac{2\sqrt{3}+2}{4\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4} \quad \text{답 } \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

058 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 30^\circ) = 75^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서

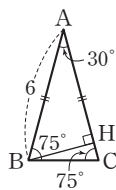
$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BH}}{6} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{BH} = 3$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AH}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AH} = 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH} = 6 - 3\sqrt{3}$$

따라서 $\triangle BCH$ 에서

$$\tan 75^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{CH}} = \frac{3}{6-3\sqrt{3}} = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$$



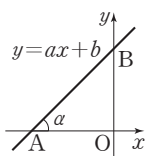
답 ⑤

유형 014 직선의 기울기와 삼각비

본책 18쪽

직선 $y=ax+b$ 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 α 라 하면

$$(\text{직선의 기울기}) = a = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \tan \alpha$$



059 $4x-7y+28=0$ 에서

$$y = \frac{4}{7}x + 4$$

$$\therefore \tan \alpha = (\text{직선의 기울기}) = \frac{4}{7}$$

답 $\frac{4}{7}$

060 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$ 라 하면

$$a = \tan 45^\circ = 1$$

즉 직선 $y=x+b$ 가 점 $(-9, 0)$ 을 지나므로

$$0 = -9 + b \quad \therefore b = 9$$

따라서 구하는 직선의 방정식은

$$y = x + 9$$

답 $y = x + 9$

061 $2\sqrt{3}y-6x-5\sqrt{2}=0$ 에서

$$y = \sqrt{3}x + \frac{5\sqrt{6}}{6}$$

따라서 $\tan \alpha = \sqrt{3}$ 이므로

$$\alpha = 60^\circ$$

... 1단계

$$\therefore \sin \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha = \sin 30^\circ + \cos 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

... 2단계

답 1

단계	채점 요소	비율
1	α 의 크기 구하기	60 %
2	$\sin \frac{\alpha}{2} + \cos \alpha$ 의 값 구하기	40 %

유형 015 사분원을 이용하여 삼각비의 값 구하기

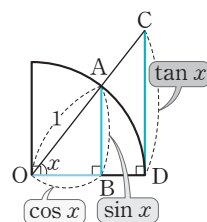
본책 19쪽

반지름의 길이가 1인 사분원에서

$$(1) \sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$(2) \cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

$$(3) \tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$



$$\text{062} \quad \therefore \sin x = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\therefore \cos x = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$$

여, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 에서 $\angle OAB = y$ (동위각)이므로

$$\sin y = \sin(\angle OAB) = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB}$$

$$\therefore \cos y = \cos(\angle OAB) = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$$

$$\therefore \tan y = \frac{\overline{OD}}{\overline{CD}} = \frac{1}{\overline{CD}}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ④

063 $\triangle AOB$ 에서 $\angle OAB = 180^\circ - (53^\circ + 90^\circ) = 37^\circ$ 이므로

$$\sin 37^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \overline{OB} = 0.6018$$

$$\tan 53^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 1.3270$$

$$\therefore \sin 37^\circ + \tan 53^\circ = 0.6018 + 1.3270 = 1.9288$$

답 1.9288

064 $\triangle OCD$ 에서 $\tan 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \frac{\overline{CD}}{1} = 1$

$\therefore \overline{CD} = 1$... (1단계)

$\triangle AOB$ 에서

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$... (2단계)

$\cos 45^\circ = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{OB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB} = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$... (3단계)

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \times \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{4}$... (4단계)

답 $\frac{1}{4}$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CD}$ 의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{BC}$ 의 길이 구하기	30 %
4	$\square ABCD$ 의 넓이 구하기	10 %

유형 016 $0^\circ, 90^\circ$ 의 삼각비의 값

☞ 본책 19쪽

삼각비 A	$\sin A$	$\cos A$	$\tan A$
0°	0	1	0
90°	1	0	정할 수 없다.

065 ① $\sin 0^\circ = 0, \cos 0^\circ = 1, \tan 0^\circ = 0$

② $\sin 0^\circ = 0, \cos 90^\circ = 0$ 이고 $\tan 90^\circ$ 의 값은 정할 수 없다.

③ $\sin 90^\circ = 1, \cos 0^\circ = 1, \tan 45^\circ = 1$

④ $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan 45^\circ = 1$

⑤ $\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0, \tan 0^\circ = 0$

따라서 옳은 것은 ③이다.

답 ③

066 ① $\sin 0^\circ \times \tan 30^\circ + \cos 0^\circ = 0 \times \frac{\sqrt{3}}{3} + 1 = 1$

② $\frac{1}{2} \sin 90^\circ + \cos 45^\circ \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

③ $\frac{\sin 90^\circ + \cos 90^\circ}{\sin 0^\circ + \cos 0^\circ} = \frac{1+0}{0+1} = 1$

④ $\frac{\tan 45^\circ}{\cos 90^\circ + \sin 90^\circ} = \frac{1}{0+1} = 1$

⑤ $\frac{\cos 90^\circ \times \tan 0^\circ}{\sin 30^\circ + \cos 60^\circ} = \frac{0 \times 0}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 0$

따라서 계산 결과가 나머지 넷과 다른 하나는 ⑤이다.

답 ⑤

067 $a = \cos 30^\circ \times \tan 60^\circ - \tan 45^\circ \times \sin 90^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} - 1 \times 1$

$= \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$

$b = \sin 60^\circ \times \cos 0^\circ - \cos 60^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 1 - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore 12ab = 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

답 ④

유형 017 삼각비의 값의 대소 관계

☞ 본책 20쪽

(1) $0^\circ \leq x < 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커지면

① $\sin x$ 의 값은 0에서 1까지 증가한다.

② $\cos x$ 의 값은 1에서 0까지 감소한다.

③ $\tan x$ 의 값은 0에서 한없이 증가한다. (단, $x \neq 90^\circ$)

(2) ① $0^\circ \leq x < 45^\circ$ 일 때, $\sin x < \cos x$

② $x = 45^\circ$ 일 때, $\sin x = \cos x < \tan x$

③ $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $\cos x < \sin x < \tan x$

068 ① $0^\circ \leq x < 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커지면 $\sin x$ 의 값은 증가하므로 $\sin 25^\circ < \sin 28^\circ$

② $0^\circ \leq x < 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커지면 $\cos x$ 의 값은 감소하므로 $\cos 56^\circ > \cos 58^\circ$

③ $0^\circ \leq x < 45^\circ$ 일 때, $\sin x < \cos x$ 이므로 $\sin 36^\circ < \cos 36^\circ$

④ $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 이므로

$\sin 30^\circ < \tan 60^\circ$

⑤ $0^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커지면 $\tan x$ 의 값은 증가하므로 $\tan 75^\circ < \tan 85^\circ$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

069 $45^\circ < A < 90^\circ$ 이므로

$\cos A < \sin A < 1$

또 $\tan 45^\circ = 1$ 이므로 $1 < \tan A$

$\therefore \cos A < \sin A < \tan A$

답 ②

070 $0^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, x 의 크기가 커지면 $\sin x, \tan x$ 의 값은 증가하고, $\cos x$ 의 값은 감소한다.

$\neg, \sin 90^\circ = 1$

$\neg, 0^\circ < A < 45^\circ$ 에서 $\frac{\sqrt{2}}{2} < \cos A < 1$

ㄷ, ㄴ. $45^\circ < B < D < 90^\circ$ 에서 $1 < \tan B < \tan D$

ㄹ. $45^\circ < C < 90^\circ$ 에서 $0 < \cos C < \frac{\sqrt{2}}{2}$

이상에서 주어진 삼각비의 값의 대소 관계는

$$\cos C < \cos A < \sin 90^\circ < \tan B < \tan D$$

따라서 작은 것부터 차례대로 나열하면 $\text{ㄹ}-\text{ㄷ}-\text{ㄴ}-\text{ㄱ}$ 이다.

답 ④

유형 018 삼각비의 값의 대소 관계를 이용한 식의 계산

본책 20쪽

삼각비의 값의 대소를 비교한 후 제곱근의 성질을 이용하여 주어진 식을 간단히 한다.

$$\rightarrow \sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$$

071 $45^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $\tan x > 1$ 이므로

$$\tan x - 1 > 0, 1 - \tan x < 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(\tan x - 1)^2} - \sqrt{(1 - \tan x)^2} \\ = (\tan x - 1) - \{-(1 - \tan x)\} \\ = \tan x - 1 + 1 - \tan x = 0 \end{aligned}$$

답 ③

072 $0^\circ < x < 45^\circ$ 일 때, $0 < \sin x < \cos x$ 이므로

$$\sin x + \cos x > 0, \sin x - \cos x < 0$$

$$\begin{aligned} \therefore |\sin x + \cos x| - |\sin x - \cos x| \\ = (\sin x + \cos x) - \{-(\sin x - \cos x)\} \\ = \sin x + \cos x + \sin x - \cos x \\ = 2 \sin x \end{aligned}$$

... 2단계

$$\text{즉 } 2 \sin x = 1 \text{이므로 } \sin x = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 30^\circ$$

... 3단계

답 30°

단계	채점 요소	비율
1	$\sin x + \cos x, \sin x - \cos x$ 의 값의 부호 구하기	30 %
2	주어진 등식의 좌변을 간단히 하기	40 %
3	x 의 크기 구하기	30 %

073 $3x^2 - x - 2 = 0$ 에서 $(3x + 2)(x - 1) = 0$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = 1$$

그런데 $0^\circ < A < 90^\circ$ 에서 $\tan A > 0$ 이므로

$$\tan A = 1$$

즉 $A = 45^\circ$ 이므로 $45^\circ < B < 90^\circ$

이때 $0 < \cos B < \sin B < 1$ 이므로

$$\cos B - \sin B < 0, \cos B + \sin B > 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(\cos B - \sin B)^2} - \sqrt{(\cos B + \sin B)^2} \\ = -(\cos B - \sin B) - (\cos B + \sin B) \\ = -\cos B + \sin B - \cos B - \sin B \\ = -2 \cos B \end{aligned}$$

답 ②

유형 019 삼각비의 표를 이용하여 삼각비의 값 구하기

본책 21쪽

예 삼각비의 표에서

$$\sin 21^\circ = 0.3584$$

$$\cos 22^\circ = 0.9272$$

$$\tan 23^\circ = 0.4245$$

각도	사인 (sin)	코사인 (cos)	탄젠트 (tan)
21°	0.3584	0.9336	0.3839
22°	0.3746	0.9272	0.4040
23°	0.3907	0.9205	0.4245

074 ④ $\sin 62^\circ - \cos 63^\circ = 0.8829 - 0.4540 = 0.4289$

⑤ $\tan 65^\circ + \cos 62^\circ = 2.1445 + 0.4695 = 2.6140$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

075 $\sin 10^\circ = 0.1736$ 이므로 $x = 10^\circ$

$\tan 15^\circ = 0.2679$ 이므로 $y = 15^\circ$

$$\therefore \cos(x + y) = \cos 25^\circ = 0.9063$$

답 0.9063

076 달, 지구, 태양을 각각 A, B,

C라 하면 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 88^\circ) = 2^\circ$$

지구와 태양 사이의 거리는 지구와 달 사이의 거리의 a 배이므로

$$\overline{BC} = a\overline{AB} \quad \therefore a = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$$

이때 $\sin 2^\circ = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$ 이므로

$$a = \frac{1}{\sin 2^\circ} = \frac{1}{0.0349} = 28.653 \dots$$

따라서 a 의 값을 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 구하면 29이다.

답 29

유형 020 삼각비의 표를 이용하여 변의 길이 구하기

본책 21쪽

직각삼각형에서 직각이 아닌 한 각의 크기와 한 변의 길이가 주어진다면 삼각비의 표를 이용하여 나머지 두 변의 길이를 구할 수 있다.

077 $\sin 71^\circ = \frac{x}{10} = 0.9455$ 이므로

$$x = 10 \times 0.9455 = 9.455$$

$\cos 71^\circ = \frac{y}{10} = 0.3256$ 이므로

$$y = 10 \times 0.3256 = 3.256$$

$$\therefore x - y = 9.455 - 3.256 = 6.199$$

답 6.199

078 $\angle A = 180^\circ - (48^\circ + 90^\circ) = 42^\circ$

$$\tan 42^\circ = \frac{\overline{BC}}{50} = 0.9004 \text{이므로}$$

$$\overline{BC} = 50 \times 0.9004 = 45.02$$

답 45.02

079 $\angle AOB = x$ 라 하면 $\overline{OA} = 1$ 이므로

$$\overline{OB} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \cos x = 0.6018$$

$$\therefore x = 53^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \sin 53^\circ = 0.7986$$

또 $\overline{OD} = 1$ 이므로

$$\overline{CD} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \tan 53^\circ = 1.3270$$

$$\therefore \overline{AB} + \overline{CD} = 0.7986 + 1.3270 = 2.1256$$

... (1단계)

... (2단계)

... (3단계)

... (4단계)

답 2.1256

단계	채점 요소	비율
1	$\angle AOB$ 의 크기 구하기	30 %
2	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	30 %
3	$\overline{CD}$ 의 길이 구하기	30 %
4	$\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이 구하기	10 %

만점 유형 도전하기

◎ 본책 22~23쪽

080 **전략** 각의 크기에 따라 $\sin$, $\cos$, $\tan$ 값의 범위를 생각해 본다.

주호: $0^\circ \leq B \leq 90^\circ$ 일 때, B 의 크기가 커지면 $\cos B$ 의 값은 작아진다.

이때 $\cos 0^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$ 이므로 $\cos B$ 의 최솟값은 0, 최댓값은 1이다.

민규: $45^\circ < C < 90^\circ$ 일 때, $\cos C < \sin C < 1$ 이고 $\tan C > 1$ 이므로 $\sin C$, $\cos C$, $\tan C$ 의 대소 관계는 $\cos C < \sin C < \tan C$ 이다.

희원: $1 < \tan 63^\circ < \tan 80^\circ$, $0 < \sin 22^\circ < 1$, $\cos 0^\circ = 1$ 이므로 $\tan 63^\circ$, $\sin 22^\circ$, $\tan 80^\circ$, $\cos 0^\circ$ 의 대소 관계는 $\sin 22^\circ < \cos 0^\circ < \tan 63^\circ < \tan 80^\circ$ 이다.

따라서 잘못 말한 사람은 민규, 희원이다. **답** 풀이 참조

081 **전략** 세 점 A, B, C의 좌표를 구한다.

$$y = -x^2 + 6x = -(x^2 - 6x + 9) + 9 = -(x - 3)^2 + 9 \text{이므로}$$

$$C(3, 9)$$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 직선 $y = 5$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $H(3, 5)$

이므로

$$\overline{CH} = 9 - 5 = 4$$

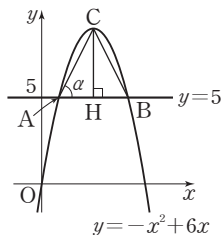
또 $y = -x^2 + 6x$ 에 $y = 5$ 를 대입하면

$$5 = -x^2 + 6x, \quad x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x - 1)(x - 5) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 5$$

$$\therefore A(1, 5), B(5, 5)$$



이때 $\overline{AH} = 3 - 1 = 2$ 이므로 $\triangle CAH$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

답 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

082 **전략** $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하고 변의 길이의 비를 이용하여 닮음인 삼각형을 찾는다.

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{AB} = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$\triangle ADC \text{에서 } \overline{AD} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\triangle AEC \text{에서 } \overline{AE} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DAE$ 에서

$$\overline{AB} : \overline{DA} = 2\sqrt{10} : 2\sqrt{5} = \sqrt{2} : 1,$$

$$\overline{BE} : \overline{AE} = 4 : 2\sqrt{2} = \sqrt{2} : 1,$$

$$\overline{AE} : \overline{DE} = 2\sqrt{2} : 2 = \sqrt{2} : 1$$

이므로 $\triangle ABE \sim \triangle DAE$ (SSS 닮음)

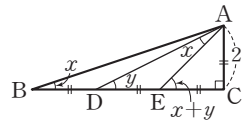
$$\therefore \angle DAE = \angle ABE = x$$

$\triangle ADE$ 에서 $\angle AEC = x + y$

따라서 $\triangle AEC$ 에서

$$\sin(x + y) = \sin(\angle AEC)$$

$$= \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

083 **전략** 주어진 경사도를 만족시키는 $\tan$ 값을 구한다.

경사도가 20 %이므로

$$\tan A \times 100 = 20 \quad \therefore \tan A = \frac{20}{100} = \frac{1}{5}$$

$\tan A = \frac{1}{5}$ 이므로 오른쪽 그림과 같

은 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB} = 5a$ m, $\overline{BC} = a$ m라 하면

$$\overline{AC} = \sqrt{(5a)^2 + a^2} = \sqrt{26}a \text{ (m)} \quad (\because a > 0)$$

이때 수아가 624 m를 걸어갔으므로

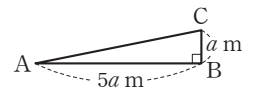
$$\sqrt{26}a = 624$$

$$\therefore a = \frac{624}{\sqrt{26}} = 24\sqrt{26} = 24 \times 5.1 = 122.4$$

$$\therefore \overline{BC} = 122.4 \text{ (m)}$$

따라서 $400 + 122.4 = 522.4$ (m)이므로 반올림하여 일의 자리까지 나타내면 수아는 해발 522 m에 위치하게 된다.

답 522 m



084 **전략** 보조선을 그어 삼각형을 만든 후 $\cos x$ 의 값이 최대, 최소일 때의 점 P의 위치를 생각해 본다.

$\overline{CP}$ 를 그으면 $\triangle AEP$ 와 $\triangle ACP$ 에서

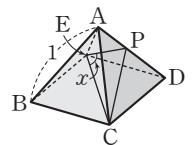
$$\overline{AP} \text{는 공통, } \overline{AE} = \overline{AC} = 1,$$

$$\angle EAP = \angle CAP = 60^\circ$$

이므로 $\triangle AEP \cong \triangle ACP$ (SAS 합동)

따라서 $\overline{EP} = \overline{CP}$ 이므로 $\triangle PEC$ 는 이등변

삼각형이다.



오른쪽 그림과 같이 $\triangle PEC$ 의 꼭짓점 P에서 $\overline{EC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle PEH$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{EP}} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

한편 $\triangle BCE$ 에서

$$\overline{EC} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{EH} = \frac{1}{2} \overline{EC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 $\cos x$ 의 값은 $\overline{EP}$ 의 길이가 짧을수록 커지고 $\overline{EP}$ 의 길이가 길수록 작아진다.

이때 $\triangle AED$ 에서 $\overline{EP}$ 는 꼭짓점 E와 $\overline{AD}$ 위의 점 P 사이의 거리이므로

(i) 점 P가 점 A 또는 점 D와 일치할 때,

$\overline{EP}$ 의 길이는 최대이다.

$\overline{EP}=1$ 이므로 $\textcircled{1}$ 에서 $\cos x$ 의 최솟값은

$$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{EP}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(ii) 점 E에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발과 점 P가 일치할 때, $\overline{EP}$ 의 길이는 최소이다.

$\triangle AEP$ 에서 $\overline{AP} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$ 이므로

$$\overline{EP} = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\textcircled{1}$ 에서 $\cos x$ 의 최댓값은

$$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{EP}} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

(i), (ii)에서 $\cos x$ 의 최댓값은 $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 최솟값은 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 이다.

답 최댓값: $\frac{\sqrt{6}}{3}$, 최솟값: $\frac{\sqrt{2}}{2}$

085 전략 $\overline{CD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH}$ 임을 이용하여 x 와 크기가 같은 각을 찾는다.

$\overline{CD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{GH}$ 이므로

$$\angle BDC = \angle BEF = \angle BGH = x \text{ (동위각)}$$

즉 $\triangle BCD$ 에서

$$\tan x = \tan(\angle BDC) = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$\triangle BFE$ 에서

$$\sin x = \sin(\angle BEF) = \frac{\overline{BF}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{BF}}{1} = \overline{BF}$$

따라서 $\tan x - \sin x = \overline{BC} - \overline{BF} = \overline{CF}$ 이므로

$$\frac{\tan x - \sin x}{\sin x} = \frac{\overline{CF}}{\overline{BF}}$$

한편 $\triangle BFE$ 와 $\triangle BCD$ 에서

$$\angle EFB = \angle DCB = 90^\circ, \angle B \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle BFE \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)

즉 $\overline{BF} : \overline{FC} = \overline{BE} : \overline{ED}$ 이므로

$$\frac{\tan x - \sin x}{\sin x} = \frac{\overline{CF}}{\overline{BF}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE} \quad \text{답 } \textcircled{4}$$

다른 풀이 $\angle BDC = \angle BEF = \angle BGH = x$ (동위각)

$\triangle BCD$ 에서

$$\tan x = \tan(\angle BDC) = \frac{\overline{BC}}{\overline{CD}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$$

$$\sin x = \sin(\angle BDC) = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$$

$$\therefore \frac{\tan x - \sin x}{\sin x} = \frac{\tan x}{\sin x} - 1 = \overline{BC} \div \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} - 1 = \overline{BD} - \overline{BE} = \overline{DE}$$

086 전략 $\angle EAO$ 의 크기가 최대일 때의 $\angle BAE$ 의 크기를 구하고 $\square AECF$ 가 평행사변형임을 이용한다.

$$\angle BAC = 45^\circ \text{이므로} \quad \angle BAE = 45^\circ - \angle EAO$$

즉 $\angle BAE$ 의 크기가 최소이려면 $\angle EAO$ 의 크기가 최대이어야 한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$, $\overline{CE}$ 를 그으면

$\overline{AE} \parallel \overline{FC}$, $\overline{AE} = \overline{FC}$ 이므로 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

$$\therefore \overline{OE} = \overline{OF}$$

$$= \frac{1}{2} \overline{EF} = \frac{1}{2} \overline{AE} \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

점 E에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\angle EAO = \alpha$,

$\angle AOE = \beta$ 라 하면

$$\triangle AEH \text{에서 } \sin \alpha = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} \text{이므로} \quad \overline{EH} = \overline{AE} \sin \alpha$$

$$\triangle EOH \text{에서 } \sin \beta = \frac{\overline{EH}}{\overline{OE}} \text{이므로} \quad \overline{EH} = \overline{OE} \sin \beta$$

즉 $\overline{AE} \sin \alpha = \overline{OE} \sin \beta$ 이므로

$$\sin \alpha = \frac{\overline{OE}}{\overline{AE}} \sin \beta = \frac{\frac{1}{2} \overline{AE}}{\overline{AE}} \sin \beta = \frac{1}{2} \sin \beta \quad (\because \textcircled{1})$$

$0^\circ < \beta \leq 90^\circ$ 에서 $\sin \beta$ 는 $\beta = 90^\circ$ 일 때 최댓값 1을 가지므로

$\sin \alpha$ 의 최댓값은 $\frac{1}{2}$ 이다.

즉 α 의 크기의 최댓값은 30° 이므로 $\angle BAE$ 의 크기의 최솟값은

$$45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

답 15°

087 전략 삼각비의 표를 이용하여 $\angle OAB$ 의 크기를 구한다.

점 A의 y좌표가 0.7314이므로

$$\cos(\angle OAB) = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB} = 0.7314$$

이때 삼각비의 표에서 $\cos 43^\circ = 0.7314$ 이므로

$$\angle OAB = 43^\circ$$

$\triangle AOB$ 에서 $\angle AOB = 180^\circ - (90^\circ + 43^\circ) = 47^\circ$ 이므로

$$\triangle COD \text{에서} \quad \tan 47^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \frac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD} = 1.0724$$

$$\therefore \triangle ADC = \triangle COD - \triangle AOD$$

$$= \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{CD} - \frac{1}{2} \times \overline{OD} \times \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \times 1.0724 - \frac{1}{2} \times 1 \times 0.7314$$

$$= 0.5362 - 0.3657 = 0.1705$$

따라서 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 0.2이다.

답 0.2

시험 만점 완성하기

◎ 본책 24~27쪽

088 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BC}$ 의 길이를 구한다.

$$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{81} = 9$$

$$\textcircled{1} \sin B = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{2} \cos B = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{3} \sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{4} \cos C = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{6\sqrt{2}}{9} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\textcircled{5} \tan C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{6\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

089 전략 주어진 삼각비의 식을 이용하여 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BC}$ 의 길이 사이의 관계식을 구한다.

$$\sin A = 2 \cos A \text{ 이므로}$$

$$\frac{\overline{BC}}{10} = 2 \times \frac{\overline{AC}}{10} \quad \therefore \overline{BC} = 2\overline{AC}$$

$$\overline{AC} = x \text{ 라 하면 } \overline{BC} = 2x \text{ 이므로 } \triangle ABC \text{ 에서}$$

$$x^2 + (2x)^2 = 10^2, \quad 5x^2 = 100$$

$$x^2 = 20 \quad \therefore x = 2\sqrt{5} \quad (\because x > 0)$$

$$\text{따라서 } \overline{AC} = 2\sqrt{5}, \overline{BC} = 4\sqrt{5} \text{ 이므로}$$

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times 4\sqrt{5} = 20$$

답 ②

090 전략 $\sin y$ 의 값을 이용하여 $\overline{AC}$ 의 길이를 먼저 구한다.

$$\triangle ADC \text{ 에서 } \sin y = \frac{\overline{AC}}{5} = \frac{4}{5} \quad \therefore \overline{AC} = 4$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \overline{BC} = \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{128} = 8\sqrt{2}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{4}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

답 ②

091 전략 주어진 삼각비의 값을 만족시키는 직각삼각형을 그려 본다.

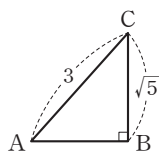
$$\angle B = 90^\circ \text{ 이고 } \sin A = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ 이므로 오른쪽 그}$$

$$\text{림과 같이 } \overline{AC} = 3, \overline{BC} = \sqrt{5} \text{ 인 직각삼각형}$$

$$ABC \text{ 를 생각할 수 있다.}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{5})^2} = \sqrt{4} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore \cos A = \frac{2}{3}, \sin C = \frac{2}{3} \text{ 에서 } \cos A = \sin C$$



$$\therefore \cos C = \frac{\sqrt{5}}{3}, \cos A = \frac{2}{3} \text{ 에서 } \cos C \neq \cos A$$

$$\therefore \sin C = \frac{2}{3}, \cos C = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ 에서 } \sin C \neq \cos C$$

$$\therefore \tan C = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ 이고 } \tan A = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ 에서}$$

$$\frac{1}{\tan A} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \text{ 이므로 } \tan C = \frac{1}{\tan A}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

092 전략 주어진 삼각비의 식을 이용하여 $\overline{BC}$ 와 $\overline{AB}$ 의 길이의 비를 구한다.

$$12 \cos A = 5 \sin A \text{ 에서 } \sin A : \cos A = 12 : 5$$

$\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서

$$\sin A : \cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} : \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \overline{BC} : \overline{AB}$$

$$\text{이므로 } \overline{BC} : \overline{AB} = 12 : 5$$

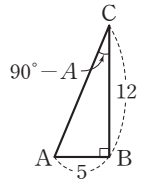
따라서 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB} = 5, \overline{BC} = 12$ 인

직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ 이므로}$$

$$\sin(90^\circ - A) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{5}{13}$$

답 ③



093 전략 삼각형의 닮음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle ABC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle DAC = x$$

$\triangle EDC \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle EDC = \angle DAC = x$$

$$\textcircled{1} \triangle ABC \text{ 에서 } \tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$

$$\textcircled{2} \triangle ABD \text{ 에서 } \tan x = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$$

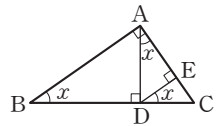
$$\textcircled{3} \triangle ADC \text{ 에서 } \tan x = \frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$$

$$\textcircled{4} \triangle ADE \text{ 에서 } \tan x = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$$

$$\textcircled{5} \triangle DCE \text{ 에서 } \tan x = \frac{\overline{CE}}{\overline{DE}} \quad \therefore \frac{1}{\tan x} = \frac{\overline{DE}}{\overline{CE}}$$

따라서 $\tan x$ 를 나타내는 것이 아닌 것은 ⑤이다.

답 ⑤



094 전략 먼저 주어진 직선이 x 축, y 축과 만나는 점의 좌표를 구한다.

직선 $x - 2y + 4 = 0$ 이 x 축, y 축과 만나는

점을 각각 A, B라 하면

$$y = 0 \text{ 일 때, } x + 4 = 0 \quad \therefore x = -4$$

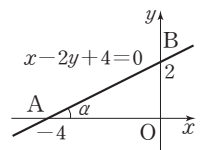
$$x = 0 \text{ 일 때, } -2y + 4 = 0 \quad \therefore y = 2$$

$$\therefore A(-4, 0), B(0, 2)$$

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{OA} = 4, \overline{OB} = 2$ 이므로

$$\overline{AB} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{따라서 } \sin \alpha = \frac{\overline{OB}}{\overline{AB}} = \frac{2}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$



$$\cos \alpha = \frac{\overline{OA}}{\overline{AB}} = \frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5},$$

$$\tan(90^\circ - \alpha) = \tan(\angle ABO) = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{4}{2} = 2 \text{ 이므로}$$

$$\sin \alpha \times \cos \alpha + \tan(90^\circ - \alpha) = \frac{\sqrt{5}}{5} \times \frac{2\sqrt{5}}{5} + 2 = \frac{12}{5}$$

답 ③

095 **전략** 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 수선을 그은 후 주어진 삼각비의 값을 이용하여 $\triangle ACD$ 의 높이를 구한다.

$\triangle ABC$ 에서

$$\sin 45^\circ = \frac{9\sqrt{2}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AC} = 18$$

$$\tan 45^\circ = \frac{9\sqrt{2}}{\overline{BC}} = 1 \quad \therefore \overline{BC} = 9\sqrt{2}$$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHD$ 에서

$$\cos x = \frac{\overline{AH}}{6} = \frac{2}{3} \quad \therefore \overline{AH} = 4$$

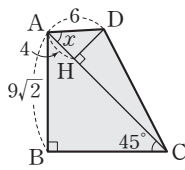
$$\therefore \overline{DH} = \sqrt{6^2 - 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 9\sqrt{2} \times 9\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 18 \times 2\sqrt{5}$$

$$= 81 + 18\sqrt{5}$$

답 ④



096 **전략** y 와 크기가 같은 각을 찾는다.

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\angle OAB = y$ (동위각)

점 A의 x 좌표는 $\overline{OB}$ 의 길이와 같고

$$\overline{OB} = \frac{\overline{OB}}{\overline{OA}} = \cos x = \sin y$$

점 A의 y 좌표는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같고

$$\overline{AB} = \frac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \sin x = \cos y$$

따라서 점 A의 좌표는 ③이다.

답 ③

참고 점 A의 좌표는

$$(\cos x, \sin x), (\cos x, \cos y),$$

$$(\sin y, \sin x), (\sin y, \cos y)$$

의 4가지가 될 수 있다.

097 **전략** 특수각의 삼각비의 값을 이용하여 식의 값을 구한다.

$$\frac{2 \sin 30^\circ \times \tan 45^\circ}{\sqrt{2} \cos 45^\circ} - \frac{\cos 60^\circ \times \sin 0^\circ}{\tan 45^\circ}$$

$$= \frac{2 \times \frac{1}{2} \times 1}{\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}} - \frac{\frac{1}{2} \times 0}{1} = \frac{1}{1} - 0 = 1$$

답 ②

098 **전략** 각의 크기에 따라 $\sin$, $\cos$, $\tan$ 값의 범위를 생각해 본다.

① $\sin 0^\circ = 0$

② $\cos 25^\circ < \cos 0^\circ = 1$

③ $\tan 50^\circ > \tan 45^\circ = 1$

④ $\cos 70^\circ < \cos 0^\circ = 1$

⑤ $\sin 85^\circ < \sin 90^\circ = 1$

따라서 값이 가장 큰 것은 ③이다.

답 ③

099 **전략** $45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\sin A$ 와 $\cos A$ 의 대소를 비교한다.

$45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos A < \sin A < 1$ 이므로

$$\sin A + \cos A > 0, \cos A - \sin A < 0$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - |\cos A - \sin A| \\ = (\sin A + \cos A) - \{-(\cos A - \sin A)\} \\ = \sin A + \cos A + \cos A - \sin A \\ = 2 \cos A \end{aligned}$$

답 ⑤

100 **전략** $\angle BCD$ 의 크기를 구한 후 삼각비의 값을 이용한다.

$$\triangle ABC \text{에서} \quad \sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{10\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{BC} = 10$$

$$\angle ACB = 180^\circ - (45^\circ + 90^\circ) = 45^\circ \text{이므로}$$

$$\angle BCD = 45^\circ - 27^\circ = 18^\circ$$

따라서 $\triangle BCD$ 에서

$$\tan 18^\circ = \frac{\overline{BD}}{10} = 0.3249 \quad \therefore \overline{BD} = 3.249$$

답 ③

101 **전략** 닮음인 삼각형을 찾아 삼각형의 변의 길이를 구한다.

$$\triangle ABC \text{에서} \quad \sin x = \frac{6}{\overline{AB}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 12$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBE$ 에서

$$\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ, \angle ABC = \angle DBE \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 이므로

$$12 : 6 = 6 : \overline{BE}, \quad 12\overline{BE} = 36 \quad \therefore \overline{BE} = 3$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BE} = 12 + 3 = 15$$

$$\triangle DEB \text{에서} \quad \overline{DE} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$$

$$\triangle ADE \text{에서} \quad \tan y = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}} = \frac{3\sqrt{3}}{15} = \frac{\sqrt{3}}{5}$$

답 $\frac{\sqrt{3}}{5}$

102 **전략** 주어진 삼각비의 값을 만족시키는 삼각형을 그린 후 각의 이등분선을 그려 본다.

$$\cos A = \frac{12}{13} \text{이므로 오른쪽 그림과 같이}$$

$\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = 13$, $\overline{AB} = 12$ 인 직각삼각형 ABC를 생각할 수 있다.

$$\triangle ABC \text{에서} \quad \overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 하고 $\overline{BD} = x$ 라 하면

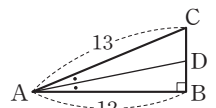
$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} \text{이므로} \quad 12 : 13 = x : (5 - x)$$

$$13x = 12(5 - x), \quad 13x = 60 - 12x$$

$$25x = 60 \quad \therefore x = \frac{12}{5}$$

$$\triangle ABD \text{에서} \quad \tan \frac{A}{2} = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \frac{12}{5} \div 12 = \frac{1}{5}$$

답 $\frac{1}{5}$



103 전략 닮음인 삼각형을 찾아 x , y 와 크기가 같은 각을 각각 찾는다.

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ACB = \angle ADE = x$$

또 $\triangle ABC \sim \triangle FGC$ (AA 닮음)이므로

$$\angle BAC = \angle GFC = y$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$ 이므로

$$\sin x = \sin C = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos y = \cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore \sin x + \cos y = \frac{4}{5} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} \quad \text{답 } \frac{8}{5}$$

104 전략 보조선을 그어 직각삼각형을 만들고 정삼각형의 한 내각의 크기가 60° 임을 이용하여 각의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 F에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle EBC$ 가 정삼각형이므로 $\angle FBC = 60^\circ$

$\triangle FBH$ 에서

$$\angle BFH = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$\triangle FHC$ 에서 $\angle CFH = 180^\circ - (90^\circ + 45^\circ) = 45^\circ$

$\overline{FH} = x$ 라 하면 $\triangle FHC$ 에서

$$\tan 45^\circ = \frac{x}{\overline{CH}} = 1 \quad \therefore \overline{CH} = x$$

$$\triangle FBH \text{에서 } \tan 30^\circ = \frac{\overline{BH}}{x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \overline{BH} = \frac{\sqrt{3}}{3}x$$

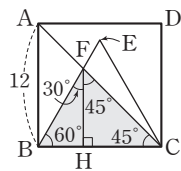
이때 $\overline{BC} = 12$ 이므로 $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 에서

$$12 = \frac{\sqrt{3}}{3}x + x, \quad 12 = \frac{\sqrt{3}+3}{3}x$$

$$\therefore x = \frac{36}{\sqrt{3}+3} = 6(3-\sqrt{3})$$

따라서 $\overline{FH} = 6(3-\sqrt{3})$ 이므로

$$\triangle FBC \text{에서 } \angle FBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 6(3-\sqrt{3}) = 36(3-\sqrt{3})$$



105 전략 한 내각의 크기가 75° 인 직각삼각형을 찾고, 특수각의 삼각비의 값을 이용하여 변의 길이를 구한다.

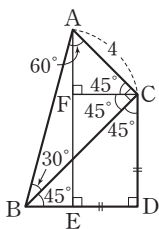
$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\sin 30^\circ = \frac{4}{\overline{AB}} = \frac{1}{2} \quad \therefore \overline{AB} = 8$$

$$\tan 30^\circ = \frac{4}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \therefore \overline{BC} = 4\sqrt{3}$$



$\triangle BDC$ 에서 $\angle CBD = \angle BCD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$ 이므로

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{CD}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{CD} = 2\sqrt{6}$$

한편 $\square FEDC$ 는 직사각형이므로

$$\overline{FE} = \overline{CD} = 2\sqrt{6}$$

$\angle DCF = 90^\circ$ 이므로 $\angle BCF = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

$$\therefore \angle FCA = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\triangle AFC \text{에서 } \sin 45^\circ = \frac{\overline{AF}}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \overline{AF} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AF} + \overline{FE} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$$

따라서 $\triangle ABE$ 에서 $\angle ABE = 75^\circ$ 이므로

$$\sin 75^\circ = \frac{\overline{AE}}{\overline{AB}} = \frac{2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}}{8} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4} \quad \text{답 } \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

106 전략 직선의 기울기는 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기에 대한 $\tan$ 값과 같음을 이용한다.

직선 l 의 기울기가 1이고, $\tan 45^\circ = 1$

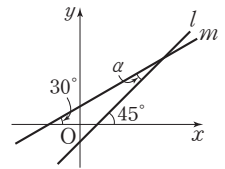
이므로 직선 l 과 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기는 45° 이다.

또 직선 m 의 기울기가 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 이고

$$\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

이므로 직선 m 과 x 축의 양의 방향이 이루는 각의 크기는 30° 이다.

따라서 $30^\circ + \alpha = 45^\circ$ 이므로 $\alpha = 15^\circ$



107 전략 점 A에서 $\overline{BC}$ 에, 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 각각 수선을 그는다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle C = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 36^\circ) = 72^\circ$$

$$\therefore \angle ABD = \angle DBC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ$$

$\triangle ABD$ 에서

$$\angle BDC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

즉 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC} = 2$$

$\overline{CD} = x$ 라 하면 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2+x$

$\triangle ABC \sim \triangle BCD$ (AA 닮음)이므로 $\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 에서

$$(2+x) : 2 = 2 : x, \quad x(2+x) = 4$$

$$x^2 + 2x - 4 = 0 \quad \therefore x = -1 \pm \sqrt{5}$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = -1 + \sqrt{5}$

$$\therefore \overline{AB} = 2 + (-1 + \sqrt{5}) = 1 + \sqrt{5}$$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E라 하면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

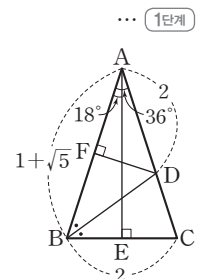
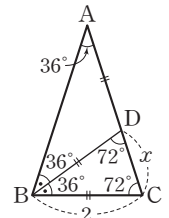
$$\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

삼각형이므로

$$\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$\triangle ABE \text{에서 } \angle BAE = \frac{1}{2} \times 36^\circ = 18^\circ$$

므로



$$\sin 18^\circ = \frac{\overline{BE}}{\overline{AB}} = \frac{1}{1+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \quad \dots (2\text{단계})$$

점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F라 하면 $\triangle ABD$ 는 이등변 삼각형이므로

$$\overline{AF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times (1+\sqrt{5}) = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$$

따라서 $\triangle DAF$ 에서

$$\cos 36^\circ = \frac{\overline{AF}}{\overline{AD}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \div 2 = \frac{1+\sqrt{5}}{4} \quad \dots (3\text{단계})$$

$$\therefore \cos 36^\circ - \sin 18^\circ = \frac{1+\sqrt{5}}{4} - \frac{\sqrt{5}-1}{4} = \frac{1}{2} \quad \dots (4\text{단계})$$

답 $\frac{1}{2}$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AD}$, $\overline{AB}$ 의 길이 구하기	1점
2	$\sin 18^\circ$ 의 값 구하기	2점
3	$\cos 36^\circ$ 의 값 구하기	2점
4	$\cos 36^\circ - \sin 18^\circ$ 의 값 구하기	1점

108 전략 $\triangle DBH$ 의 각 변의 길이를 구하고, x 와 크기가 같은 각을 찾는다.

$\triangle ABD$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \sqrt{8^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{128} = 8\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\triangle DBH$ 는 $\angle BDH = 90^\circ$ 인 직각삼각형
이므로

$$\begin{aligned} \overline{BH} &= \sqrt{(8\sqrt{2})^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{192} = 8\sqrt{3} \end{aligned} \quad \dots (1\text{단계})$$

$\triangle DBH$ 와 $\triangle NDH$ 에서

$\angle BDH = \angle DNH = 90^\circ$, $\angle H$ 는 공통
이므로 $\triangle DBH \sim \triangle NDH$ (AA 닮음)

$$\therefore \angle DBH = \angle NDH = x \quad \dots (2\text{단계})$$

$\triangle DBH$ 에서

$$\sin x = \sin B = \frac{\overline{DH}}{\overline{BH}} = \frac{8}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\cos x = \cos B = \frac{\overline{BD}}{\overline{BH}} = \frac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$\tan x = \tan B = \frac{\overline{DH}}{\overline{BD}} = \frac{8}{8\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \dots (3\text{단계})$$

$$\begin{aligned} \therefore \sin x \times \tan x + \cos x &= \frac{\sqrt{3}}{3} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \end{aligned} \quad \dots (4\text{단계})$$

답 $\frac{\sqrt{6}}{2}$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{BD}$, $\overline{BH}$ 의 길이 구하기	1점
2	x 와 크기가 같은 각 찾기	1점
3	$\sin x$, $\cos x$, $\tan x$ 의 값 구하기	2점
4	$\sin x \times \tan x + \cos x$ 의 값 구하기	1점

109 전략 x 와 크기가 같은 각을 찾고, 접은 도형에서 접은 변의 길이가 같음을 이용한다.

$$\angle EFC + \angle CEF$$

$$= \angle CEF + \angle AEB = 90^\circ$$

이므로

$$\angle AEB = \angle EFC = x \quad \dots (1\text{단계})$$

$\triangle ABE$ 에서 $\overline{AE} = \overline{AD} = 15$ 이므로

$$\overline{BE} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12 \quad \dots (2\text{단계})$$

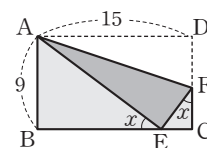
따라서 $\triangle ABE$ 에서

$$\sin x = \sin (\angle AEB) = \frac{\overline{AB}}{\overline{AE}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\cos x = \cos (\angle AEB) = \frac{\overline{BE}}{\overline{AE}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \quad \dots (3\text{단계})$$

$$\therefore \sin x + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5} \quad \dots (4\text{단계})$$

답 $\frac{7}{5}$



단계	채점 요소	배점
1	x 와 크기가 같은 각 찾기	1점
2	$\overline{AE}$, $\overline{BE}$ 의 길이 구하기	1점
3	$\sin x$, $\cos x$ 의 값 구하기	1점
4	$\sin x + \cos x$ 의 값 구하기	1점

110 전략 이등변삼각형을 찾아 각의 크기를 구한다.

$\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$$

$$\therefore \angle OCA = 15^\circ + 45^\circ = 60^\circ$$

$\triangle OCA$ 는 $\overline{OC} = \overline{OA}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\triangle AOC$ 는 정삼각형이다. $\dots (1\text{단계})$

이때 $\angle AOB = 150^\circ - 60^\circ = 90^\circ$ 이고 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$\triangle ABO$ 에서

$$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AO}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \overline{AO} = 3\sqrt{2} \quad \dots (2\text{단계})$$

따라서 $\triangle AOC$ 에서

$$\overline{AC} = \overline{AO} = 3\sqrt{2} \quad \dots (3\text{단계})$$

답 $3\sqrt{2}$

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AOC$ 가 정삼각형임을 알기	2점
2	$\overline{AO}$ 의 길이 구하기	2점
3	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	1점

02 삼각비의 활용

I. 삼각비

SELF CHECK

본책 28~29쪽

A (1) $x = 2 \sin 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$y = 2 \cos 45^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

(2) $x = \frac{6}{\sin 60^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$

$y = \frac{6}{\tan 60^\circ} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$

답 (1) $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ (2) $x = 4\sqrt{3}, y = 2\sqrt{3}$

B (1) $\overline{AH} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5$

(2) $\overline{BH} = 10 \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

(3) $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 8\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

(4) $\overline{AC} = \sqrt{5^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

답 (1) 5 (2) $5\sqrt{3}$ (3) $3\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{13}$

C (1) $\triangle ABH$ 에서 $\angle BAH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 이므로

$\overline{BH} = h \tan 45^\circ = h$

(2) $\triangle AHC$ 에서 $\angle CAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로

$\overline{CH} = h \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h$

(3) $\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 이므로

$20 = h + \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \frac{3 + \sqrt{3}}{3}h = 20$

$\therefore h = \frac{60}{3 + \sqrt{3}} = 10(3 - \sqrt{3})$

답 (1) h (2) $\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (3) $10(3 - \sqrt{3})$

D (1) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 4 \times \sin 45^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 10$

(2) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3}$

답 (1) 10 (2) $12\sqrt{3}$

E $\square ABCD = 12 \times 9 \times \sin 60^\circ$

$= 12 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 54\sqrt{3}$

답 $54\sqrt{3}$

F $\square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin (180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{1}{2} = 25$

답 25

내신 유형 다지기

본책 30~39쪽

유형 021 직각삼각형의 변의 길이 구하기

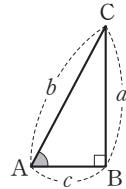
본책 30쪽

직각삼각형에서 한 예각의 크기와 한 변의 길이를 알면 삼각비를 활용하여 다른 변의 길이를 구할 수 있다.

(1) $\sin A = \frac{a}{b} \rightarrow a = b \sin A, b = \frac{a}{\sin A}$

(2) $\cos A = \frac{c}{b} \rightarrow c = b \cos A, b = \frac{c}{\cos A}$

(3) $\tan A = \frac{a}{c} \rightarrow a = c \tan A, c = \frac{a}{\tan A}$



111 $\angle C = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

$\tan 56^\circ = \frac{\overline{BC}}{4}$ 이므로 $\overline{BC} = 4 \tan 56^\circ$

$\tan 34^\circ = \frac{4}{\overline{BC}}$ 이므로 $\overline{BC} = \frac{4}{\tan 34^\circ}$

따라서 $\overline{BC}$ 의 길이를 나타내는 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

112 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{BH} = x \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}x$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH} = y \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}y$

$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{\sqrt{3}}{2}y = \frac{\sqrt{2}x + \sqrt{3}y}{2}$

답 ④

113 $\triangle ABC$ 에서

$\overline{BC} = 16 \cos 30^\circ = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$

$\triangle BCD$ 에서

$\overline{CD} = 8\sqrt{3} \sin 30^\circ = 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3}$

... 1단계

$\angle BCD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$ 이므로

$\angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle DCE$ 에서

$\overline{DE} = 4\sqrt{3} \sin 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{CE} = 4\sqrt{3} \cos 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6$

... 2단계

따라서 $\triangle DCE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{DC} + \overline{CE} + \overline{ED} = 4\sqrt{3} + 6 + 2\sqrt{3}$
 $= 6\sqrt{3} + 6$

... 3단계

답 $6\sqrt{3} + 6$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CD}$ 의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{DE}, \overline{CE}$ 의 길이 구하기	50 %
3	$\triangle DCE$ 의 둘레의 길이 구하기	10 %

114 △ABC에서

$$\angle ABC = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

이므로 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형이다.

즉 $\overline{AB} = \overline{AC} = x$ 라 하면 △ABD에서

$$\overline{AD} = \frac{x}{\tan 75^\circ} = \frac{x}{2+\sqrt{3}} = (2-\sqrt{3})x$$

$\overline{CD} = \overline{AC} - \overline{AD}$ 이므로

$$6 = x - (2-\sqrt{3})x, \quad (\sqrt{3}-1)x = 6$$

$$\therefore x = \frac{6}{\sqrt{3}-1} = 3(\sqrt{3}+1)$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AC} = 3(\sqrt{3}+1)$$

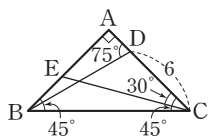
△AEC에서

$$\overline{AE} = 3(\sqrt{3}+1) \tan 30^\circ = 3(\sqrt{3}+1) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3+\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE}$$

$$= 3(\sqrt{3}+1) - (3+\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

답 $2\sqrt{3}$



유형 022 입체도형에서 직각삼각형의 변의 길이의 활용

본책 30쪽

입체도형에서 주어진 각을 포함하는 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용하여 모서리의 길이, 높이 등을 구한다.

115 △DGH에서

$$\overline{GH} = 10 \cos 30^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{DH} = 10 \sin 30^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ (cm)}$$

따라서 직육면체의 부피는

$$3 \times 5\sqrt{3} \times 5 = 75\sqrt{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 $75\sqrt{3} \text{ cm}^3$

116 △ABC에서

$$\overline{AB} = 4\sqrt{2} \cos 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AC} = 4\sqrt{2} \sin 45^\circ = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 삼각기둥의 겉넓이는

$$\left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 2 + (4+4+4\sqrt{2}) \times 5 = 56 + 20\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 $(56+20\sqrt{2}) \text{ cm}^2$

117 △OBC에서

$$\overline{OB} = 8 \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{OC} = 8 \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

△AOC에서

$$\overline{AO} = 4 \tan 45^\circ = 4 \times 1 = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 삼각뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\right) \times 4 = \frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 $\frac{32\sqrt{3}}{3} \text{ cm}^3$

만점 공략 노트

각뿔의 부피

밑면이 S , 높이가 h 인 각뿔의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3}Sh$$

118 △ABC를 직선 l 을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선을 발을 H라 하면

△AHC에서

$$\overline{AH} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

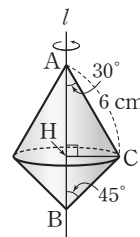
△BHC에서

$$\overline{BH} = \frac{3}{\tan 45^\circ} = \frac{3}{1} = 3 \text{ (cm)}$$

따라서 입체도형의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3\sqrt{3} + \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = (9\sqrt{3}+9)\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 $(9\sqrt{3}+9)\pi \text{ cm}^3$



만점 공략 노트

원뿔의 부피

밑면인 원의 반지름의 길이가 r , 높이가 h 인 원뿔의 부피 V 는

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

119 △ABC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} = \sqrt{6} \text{ (cm)}$$

... 1단계

△OAH에서

$$\overline{OH} = \sqrt{6} \tan 60^\circ = \sqrt{6} \times \sqrt{3} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

... 2단계

따라서 사각뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times (2\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{2} = 12\sqrt{2} \text{ (cm}^3\text{)}$$

... 3단계

답 $12\sqrt{2} \text{ cm}^3$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AH}$ 의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{OH}$ 의 길이 구하기	30 %
3	사각뿔의 부피 구하기	30 %

유형 023 실생활에서 직각삼각형의 변의 길이의 활용 (1)

본책 31쪽

주어진 그림에서 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

120 $\overline{BC}=10\text{ m}$ 이므로

$$\overline{BH}=10 \sin 55^\circ=10 \times 0.82=8.2\text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=1.6+8.2=9.8\text{ (m)}$$

답 ④

121 $\overline{AB}=6 \tan 30^\circ=6 \times \frac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}\text{ (m)}$

$$\overline{AC}=\frac{6}{\cos 30^\circ}=6 \div \frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}\text{ (m)}$$

따라서 부러지기 전 기둥의 높이는

$$\overline{AB}+\overline{AC}=2\sqrt{3}+4\sqrt{3}=6\sqrt{3}\text{ (m)}$$

답 6√3 m

122 $\overline{OH}=\overline{RQ}=36\text{ (m)}$ 이므로 $\triangle OHP$ 에서

$$\overline{PH}=36 \tan 30^\circ=36 \times \frac{\sqrt{3}}{3}=12\sqrt{3}\text{ (m)}$$

$\triangle OQH$ 에서 $\overline{QH}=36 \tan 45^\circ=36 \times 1=36\text{ (m)}$

$$\therefore \overline{PQ}=\overline{PH}+\overline{QH}=12\sqrt{3}+36\text{ (m)}$$

답 ④

123 $\triangle PRT$ 에서

$$\overline{RT}=\frac{15}{\tan 60^\circ}=\frac{15}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}\text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{TS}=\overline{RS}-\overline{RT}=14\sqrt{3}-5\sqrt{3}=9\sqrt{3}\text{ (m)}$$

따라서 $\triangle QTS$ 에서

$$\overline{QS}=9\sqrt{3} \tan 30^\circ=9\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3}=9\text{ (m)}$$

답 9 m

124 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AC}=\frac{51}{\tan 30^\circ}=51 \div \frac{\sqrt{3}}{3}=51\sqrt{3}\text{ (m)}$$

... (1단계)

$\triangle BCD$ 에서

$$\overline{BC}=\frac{51}{\tan 60^\circ}=\frac{51}{\sqrt{3}}=17\sqrt{3}\text{ (m)}$$

... (2단계)

$$\therefore \overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=51\sqrt{3}-17\sqrt{3}=34\sqrt{3}\text{ (m)}$$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $34\sqrt{3}\text{ m}$ 이다.

답 34√3 m

단계	채점 요소	비율
1	AC의 길이 구하기	40 %
2	BC의 길이 구하기	40 %
3	두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	20 %

125 $\triangle DEB$ 에서

$$\overline{BD}=24 \sin 60^\circ=24 \times \frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}\text{ (m)}$$

$$\overline{BE}=24 \cos 60^\circ=24 \times \frac{1}{2}=12\text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{AB}=\overline{AE}+\overline{BE}=12\sqrt{3}+12\text{ (m)}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC}=(12\sqrt{3}+12) \tan 45^\circ=(12\sqrt{3}+12) \times 1$$

$$=12\sqrt{3}+12\text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}$$

$$=(12\sqrt{3}+12)-12\sqrt{3}=12\text{ (m)}$$

답 ③

126 $\overline{PQ}=h\text{ m}$ 라 하면 $\triangle PAQ$ 에서

$$\overline{AQ}=\frac{h}{\tan 30^\circ}$$

$$=h \div \frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}h\text{ (m)}$$

$\triangle PBQ$ 에서

$$\overline{BQ}=\frac{h}{\tan 45^\circ}=\frac{h}{1}=h\text{ (m)}$$

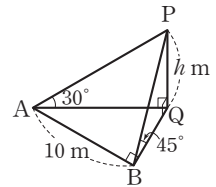
$\triangle ABQ$ 에서

$$10^2+h^2=(\sqrt{3}h)^2, \quad 2h^2=100$$

$$h^2=50 \quad \therefore h=5\sqrt{2}\text{ (}\because h>0\text{)}$$

$$\therefore \overline{PQ}=5\sqrt{2}\text{ (m)}$$

답 ④



유형 024 실생활에서 직각삼각형의 변의 길이의 활용 (2)

본책 32쪽

주어진 상황에 맞게 직각삼각형을 그린 후 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

127 오른쪽 그림과 같이 점 B에

서 $\overline{OA}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하

면 $\triangle OHB$ 에서

$$\overline{OH}=1.8 \cos 60^\circ$$

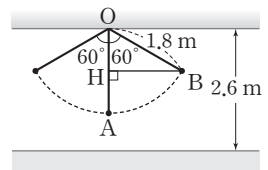
$$=1.8 \times \frac{1}{2}=0.9\text{ (m)}$$

따라서 그네의 앉는 부분이 지면으로부터 가장 높은 곳에 위치

할 때의 높이는 전체 높이에서 $\overline{OH}$ 의 길이를 뺀 것과 같으므로

$$2.6-0.9=1.7\text{ (m)}$$

답 ②



128 $\angle ACB=\angle DAC=18^\circ$

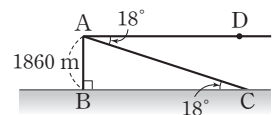
(엇각)이므로

$$\overline{AC}=\frac{1860}{\sin 18^\circ}=\frac{1860}{0.31}$$

$$=6000\text{ (m)}$$

따라서 비행기가 착륙하는 데 걸리는 시간은 $\frac{6000}{240}=25\text{ (초)}$ 이다.

답 25초



129 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면 하준이가 H 지점

에 있을 때 동상과의 거리가 가장 가깝다.

따라서 하준이가 동상과 가장 가까워졌을 때

이동한 거리는 $\overline{AH}$ 의 길이와 같다.

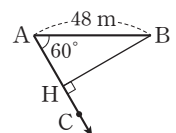
$\triangle AHB$ 에서

$$\overline{AH}=48 \cos 60^\circ=48 \times \frac{1}{2}=24\text{ (m)}$$

따라서 하준이가 동상과 가장 가까워지는 것은 출발한 지

$$\frac{24}{1.2}=20\text{ (초)}\text{ 후이다.}$$

답 ⑤



유형 025 일반 삼각형의 변의 길이 구하기
: 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기를 아는 경우

본책 33쪽

① $\overline{AH}$ 를 긋는다.

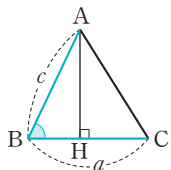
② $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = c \sin B, \overline{BH} = c \cos B$$

③ $\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = a - c \cos B$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(c \sin B)^2 + (a - c \cos B)^2}$$



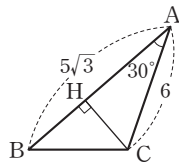
130 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$ 에서

$$\overline{CH} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\overline{AH} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$$

$\overline{BH} = \overline{AB} - \overline{AH} = 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ 이므로 $\triangle BCH$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 3^2} = \sqrt{21} \quad \text{답 } \sqrt{21}$$



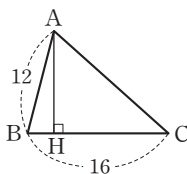
131 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = 12 \cos B = 12 \times \frac{1}{4} = 3$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{12^2 - 3^2} = \sqrt{135} = 3\sqrt{15}$$

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 16 - 3 = 13$ 이므로 $\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(3\sqrt{15})^2 + 13^2} = \sqrt{304} = 4\sqrt{19} \quad \text{답 } 4$$



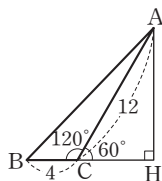
132 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ACH$ 에서

$$\overline{AH} = 12 \sin 60^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 12 \cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

$\overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CH} = 4 + 6 = 10$ 이므로 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{10^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13} \quad \text{답 } 4\sqrt{13}$$

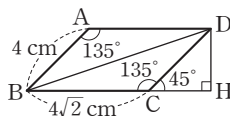


133 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle DCB = \angle A = 135^\circ$ 이므로 $\angle DCH = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$

$\overline{DC} = \overline{AB} = 4$ (cm)이므로 $\triangle DCH$ 에서

$$\overline{DH} = 4 \sin 45^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = 4 \cos 45^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$



$$\overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CH} = 4\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)} \text{이므로 } \triangle DBH \text{에서}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(6\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)} \quad \text{답 } ③$$

유형 026 일반 삼각형의 변의 길이 구하기
: 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기를 아는 경우

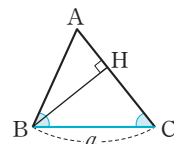
본책 33쪽

① $\overline{BH}$ 를 긋는다.

② $\triangle BCH$ 에서 $\overline{BH} = a \sin C$

③ $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\sin A} = \frac{a \sin C}{\sin A}$$

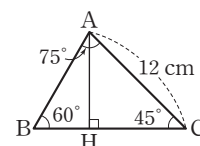


134 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AH} = 12 \sin 45^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$\angle B = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$ 이므로 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{6\sqrt{2}}{\sin 60^\circ} = 6\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{6} \text{ (cm)} \quad \text{답 } 4\sqrt{6} \text{ cm}$$



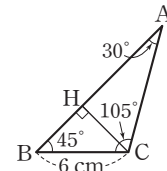
135 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$ 에서

$$\overline{CH} = 6 \sin 45^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$\angle A = 180^\circ - (45^\circ + 105^\circ) = 30^\circ$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin 30^\circ} = 3\sqrt{2} \div \frac{1}{2} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad \text{답 } ③$$



136 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{BH} = 3\sqrt{2} \cos 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$$

$$\overline{AH} = 3\sqrt{2} \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3$$

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

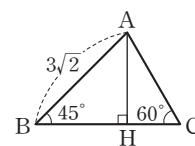
$$\overline{CH} = \frac{3}{\tan 60^\circ} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} = 3 + \sqrt{3}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 3\sqrt{2} + (3 + \sqrt{3}) + 2\sqrt{3} = 3 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$

$$\text{답 } 3 + 3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$$



... 1단계

... 2단계

... 3단계

단계	채점 요소	비율
1	BH, AH의 길이 구하기	40%
2	AC, BC의 길이 구하기	40%
3	△ABC의 둘레의 길이 구하기	20%

137 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 AC에 내린 수선의 발을 P라 하면 △BCP에서

$$\overline{BP} = \overline{BC} \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\overline{CP} = \overline{BC} \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$\angle PBC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ 이므로

$$\angle ABP = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$$

△ABP에서

$$\overline{AB} = \frac{4\sqrt{3}}{\cos 45^\circ} = 4\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{6}$$

$$\overline{AP} = 4\sqrt{3} \tan 45^\circ = 4\sqrt{3} \times 1 = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AP} + \overline{CP} = 4\sqrt{3} + 4$$

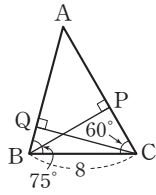
또 $\angle A = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ 이므로 위의 그림과 같이 꼭짓점 C에서 AB에 내린 수선의 발을 Q라 하면 △AQC에서

$$\overline{AQ} = (4\sqrt{3} + 4) \cos 45^\circ = (4\sqrt{3} + 4) \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{BQ} = \overline{AB} - \overline{AQ} = 4\sqrt{6} - (2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}) = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$$

따라서 △BCQ에서

$$\cos 75^\circ = \frac{\overline{BQ}}{\overline{BC}} = \frac{2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} \quad \text{답} \quad \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$



유형 027 일반 삼각형의 변의 길이의 활용

☞ 본책 34쪽

주어진 그림에서 일반 삼각형을 찾은 후 한 꼭짓점에서 수선을 긋고 삼각비를 이용하여 변의 길이를 구한다.

138 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 BC에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서

$$\overline{AH} = 18 \sin 30^\circ$$

$$= 18 \times \frac{1}{2} = 9 \text{ (m)}$$

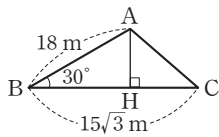
$$\overline{BH} = 18 \cos 30^\circ = 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 15\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ (m)}$ 이므로 △AHC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2} = \sqrt{189} = 3\sqrt{21} \text{ (m)}$$

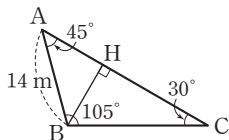
따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $3\sqrt{21} \text{ m}$ 이다.

답 $3\sqrt{21} \text{ m}$



139 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 AC에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\angle A = 180^\circ - (105^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$ 이므로 △ABH에서

$$\overline{AH} = 14 \cos 45^\circ = 14 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2} \text{ (m)}$$



$$\overline{BH} = 14 \sin 45^\circ = 14 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 7\sqrt{2} \text{ (m)}$$

△BCH에서

$$\overline{CH} = \frac{7\sqrt{2}}{\tan 30^\circ} = 7\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 7\sqrt{6} \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH} = 7\sqrt{2} + 7\sqrt{6} = 7(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ (m)}$$

따라서 두 지점 A, C 사이의 거리는 $7(\sqrt{2} + \sqrt{6}) \text{ m}$ 이다.

답 ⑤

140 두 보트가 2시간 동안 이동하였으므로

$$\overline{OP} = 2 \times 16 = 32 \text{ (km)}, \overline{OQ} = 2 \times 12 = 24 \text{ (km)}$$

오른쪽 그림과 같이 점 Q에서 OP에

내린 수선의 발을 H라 하면 △OQH

에서

$$\overline{QH} = 24 \sin 60^\circ$$

$$= 24 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ (km)}$$

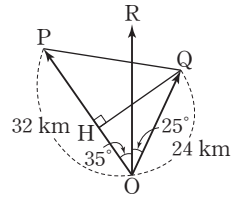
$$\overline{OH} = 24 \cos 60^\circ = 24 \times \frac{1}{2} = 12 \text{ (km)}$$

$\overline{PH} = \overline{OP} - \overline{OH} = 32 - 12 = 20 \text{ (km)}$ 이므로 △PHQ에서

$$\overline{PQ} = \sqrt{20^2 + (12\sqrt{3})^2} = \sqrt{832} = 8\sqrt{13} \text{ (km)}$$

따라서 두 지점 P, Q 사이의 거리는 $8\sqrt{13} \text{ km}$ 이다.

답 $8\sqrt{13} \text{ km}$



유형 028 삼각형의 높이 구하기

☞ 본책 34쪽

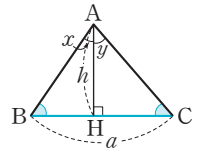
؛ 주어진 각이 모두 예각인 경우

$$\textcircled{1} \overline{BH} = h \tan x, \overline{CH} = h \tan y$$

$$\textcircled{2} \overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{이므로}$$

$$a = h(\tan x + \tan y)$$

$$\therefore h = \frac{a}{\tan x + \tan y}$$



141 $\overline{AH} = h$ 라 하면 $\angle BAH = 45^\circ$,

$\angle CAH = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{BH} = h \tan 45^\circ = h$$

$$\overline{CH} = h \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h$$

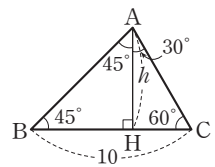
$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$ 이므로

$$10 = h + \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \frac{3 + \sqrt{3}}{3}h = 10$$

$$\therefore h = \frac{30}{3 + \sqrt{3}} = 5(3 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \overline{AH} = 5(3 - \sqrt{3})$$

답 $5(3 - \sqrt{3})$



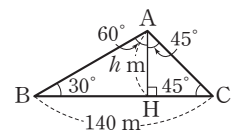
142 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A

에서 BC에 내린 수선의 발을 H라 하고

$\overline{AH} = h \text{ m}$ 라 하면 $\angle BAH = 60^\circ$,

$\angle CAH = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{BH} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h \text{ (m)}, \overline{CH} = h \tan 45^\circ = h \text{ (m)}$$



$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{이므로}$$

$$140 = \sqrt{3}h + h, \quad (\sqrt{3} + 1)h = 140$$

$$\therefore h = \frac{140}{\sqrt{3} + 1} = 70(\sqrt{3} - 1)$$

따라서 건물의 높이는 $70(\sqrt{3} - 1)$ m이다. **답** $70(\sqrt{3} - 1)$ m

143 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서

$\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하고

$\overline{BH} = h$ 라 하면 $\angle ABH = 30^\circ$,

$\angle CBH = 75^\circ - 30^\circ = 45^\circ$ 이므로

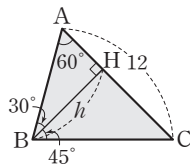
$$\overline{AH} = h \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \overline{CH} = h \tan 45^\circ = h$$

$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH}$ 이므로

$$12 = \frac{\sqrt{3}}{3}h + h, \quad \frac{\sqrt{3} + 3}{3}h = 12$$

$$\therefore h = \frac{36}{\sqrt{3} + 3} = 6(3 - \sqrt{3})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 6(3 - \sqrt{3}) = 36(3 - \sqrt{3}) \quad \text{답 ④}$$



144 $\overline{BH} = h$ 라 하면 $\angle ABH = 60^\circ$,

$\angle CBH = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{AH} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

$$\overline{CH} = h \tan 45^\circ = h$$

$\overline{AC} = \overline{AH} + \overline{CH}$ 이므로

$$8 = \sqrt{3}h + h, \quad (\sqrt{3} + 1)h = 8$$

$$\therefore h = \frac{8}{\sqrt{3} + 1} = 4(\sqrt{3} - 1)$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{CH} = 4(\sqrt{3} - 1) \quad \dots \text{1단계}$$

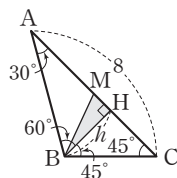
한편 $\overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ 이므로

$$\overline{MH} = \overline{CM} - \overline{CH} = 4 - 4(\sqrt{3} - 1) = 8 - 4\sqrt{3} \quad \dots \text{2단계}$$

$$\therefore \triangle BHM = \frac{1}{2} \times 4(\sqrt{3} - 1) \times (8 - 4\sqrt{3})$$

$$= 8(3\sqrt{3} - 5) \quad \dots \text{3단계}$$

$$\text{답 } 8(3\sqrt{3} - 5)$$



단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BH}$, $\overline{CH}$ 의 길이 구하기	50 %
2	$\overline{MH}$ 의 길이 구하기	30 %
3	$\triangle BHM$ 의 넓이 구하기	20 %

유형 029 삼각형의 높이 구하기
: 주어진 각 중 한 각이 둔각인 경우

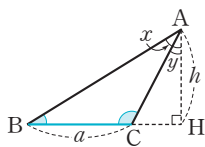
본책 35쪽

① $\overline{BH} = h \tan x$, $\overline{CH} = h \tan y$

② $\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$ 이므로

$$a = h(\tan x - \tan y)$$

$$\therefore h = \frac{a}{\tan x - \tan y}$$



145 $\overline{AH} = h$ cm라 하면

$\angle BAH = 60^\circ$, $\angle CAH = 30^\circ$ 이므로

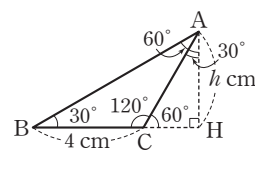
$$\overline{BH} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = h \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h \text{ (cm)}$$

$\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$ 이므로

$$4 = \sqrt{3}h - \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \frac{2\sqrt{3}}{3}h = 4 \quad \therefore h = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \text{답 } 2\sqrt{3} \text{ cm}$$



146 $\overline{CD} = h$ km라 하면

$\angle ADC = 51^\circ$, $\angle BDC = 38^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = h \tan 51^\circ = 1.23h \text{ (km)}$$

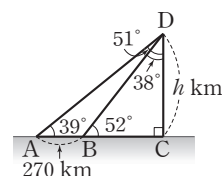
$$\overline{BC} = h \tan 38^\circ = 0.78h \text{ (km)} \quad \dots \text{1단계}$$

$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC}$ 이므로

$$270 = 1.23h - 0.78h, \quad 0.45h = 270 \quad \therefore h = 600$$

$$\therefore \overline{CD} = 600 \text{ (km)} \quad \dots \text{2단계}$$

$$\text{답 } 600 \text{ km}$$



147 $\overline{AH} = h$ 라 하면 $\angle BAH = 30^\circ$,

$\angle CAH = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{BH} = h \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h$$

$$\overline{CH} = h \tan 45^\circ = h$$

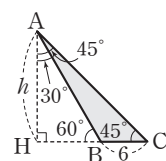
$\overline{BC} = \overline{CH} - \overline{BH}$ 이므로

$$6 = h - \frac{\sqrt{3}}{3}h, \quad \frac{3 - \sqrt{3}}{3}h = 6$$

$$\therefore h = \frac{18}{3 - \sqrt{3}} = 3(3 + \sqrt{3})$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3(3 + \sqrt{3}) = 9(3 + \sqrt{3})$$

$$\text{답 } 9(3 + \sqrt{3})$$



다른 풀이 $\overline{AH} = h$ 라 하면 $\triangle AHC$ 에서 $\angle CAH = 45^\circ$ 이므로

$$\overline{CH} = h \tan 45^\circ = h$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{CH} - \overline{BC} = h - 6$$

$\triangle AHB$ 에서 $\angle ABH = 60^\circ$ 이므로

$$h = (h - 6) \tan 60^\circ, \quad \text{즉 } h = \sqrt{3}(h - 6)$$

$$(\sqrt{3} - 1)h = 6\sqrt{3} \quad \therefore h = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = 3(3 + \sqrt{3})$$

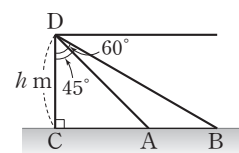
$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 3(3 + \sqrt{3}) = 9(3 + \sqrt{3})$$

148 $\overline{CD} = h$ m라 하면

$\angle ADC = 45^\circ$, $\angle BDC = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = h \tan 45^\circ = h \text{ (m)}$$

$$\overline{BC} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h \text{ (m)}$$



자동차가 0.5초 동안 이동한 거리는

$$(10\sqrt{3}-10) \times 0.5 = 5\sqrt{3}-5 \text{ (m)}$$

이므로 $\overline{AB} = 5\sqrt{3}-5 \text{ (m)}$

$\overline{AB} = \overline{BC} - \overline{AC}$ 이므로

$$5\sqrt{3}-5 = \sqrt{3}h-h, \quad (\sqrt{3}-1)h = 5(\sqrt{3}-1)$$

$$\therefore h=5 \quad \therefore \overline{CD}=5 \text{ (m)}$$

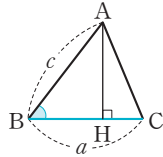
답 5 m

유형 030 삼각형의 넓이; 예각이 주어진 경우 본책 35쪽

$\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 가 예각일 때

$$\overline{AH} = c \sin B$$

$$\rightarrow \triangle ABC = \frac{1}{2}ac \sin B$$



149 $\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times \overline{BC} \times \sin 60^\circ = 30$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times \overline{BC} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 30$$

$$6\overline{BC} = 30 \quad \therefore \overline{BC} = 5$$

답 ②

150 $\frac{1}{2} \times 9 \times 4 \times \sin B = 9\sqrt{2}$ 이므로

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \angle B = 45^\circ$$

답 45°

151 $\tan A = \sqrt{3}$ 이므로 $\angle A = 60^\circ$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ④

152 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \sin 45^\circ$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 12 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 30\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$$\triangle GBC = \frac{1}{3} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times 30\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ②

만점 공략 노트

삼각형의 무게중심과 넓이

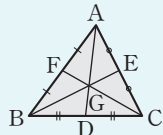
점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때

$$(1) \triangle GAF = \triangle GFB = \triangle GBD$$

$$= \triangle GDC = \triangle GCE$$

$$= \triangle GEA = \frac{1}{6} \triangle ABC$$

$$(2) \triangle GAB = \triangle GBC = \triangle GCA = \frac{1}{3} \triangle ABC$$



153 $\angle ABD = \angle CBD = \frac{1}{2} \angle ABC$

$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

... ①단계

$\overline{BD} = x$ 라 하면 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle BCD$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times x \times 6 \times \sin 30^\circ \quad \dots \text{②단계}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times x \times 6 \times \frac{1}{2}$$

$$6\sqrt{3} = x + \frac{3}{2}x, \quad \frac{5}{2}x = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{12\sqrt{3}}{5} \quad \therefore \overline{BD} = \frac{12\sqrt{3}}{5}$$

... ③단계

답 $\frac{12\sqrt{3}}{5}$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ABD, \angle CBD$ 의 크기 구하기	20 %
2	$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle BCD$ 임을 이용하여 식 세우기	40 %
3	$\overline{BD}$ 의 길이 구하기	40 %

154 오른쪽 그림과 같이 점 A

에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라

하면 $\overline{AH} = 2 \text{ (cm)}$ 이므로

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AB} = \frac{2}{\sin 45^\circ} = 2 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

이때 $\angle DAC = \angle BAC$ (접은 각), $\angle DAC = \angle BCA$ (엇각)이므로

$$\angle BAC = \angle BCA$$

즉 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

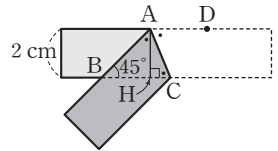
$$\overline{BC} = \overline{AB} = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ④



155 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B

에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = 4 \cos 30^\circ = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

이때 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = 2\overline{AH} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

내접원 I의 반지름의 길이를 r라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2}r(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \text{이므로}$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2}r(4 + 4 + 4\sqrt{3})$$

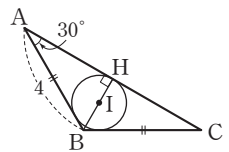
$$\frac{1}{2} \times 4 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}r(8 + 4\sqrt{3})$$

$$(4 + 2\sqrt{3})r = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore r = \frac{4\sqrt{3}}{4 + 2\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{2 + \sqrt{3}} = 4\sqrt{3} - 6$$

따라서 내접원 I의 반지름의 길이는 $4\sqrt{3}-6$ 이다.

답 ②



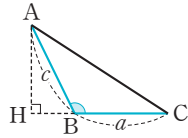
유형 031 삼각형의 넓이: 둔각이 주어진 경우

본책 36쪽

△ABC에서 ∠B가 둔각일 때

$$\overline{AH} = c \sin(180^\circ - B)$$

$$\rightarrow \triangle ABC = \frac{1}{2}ac \sin(180^\circ - B)$$



156 ∠A = 180° - (18° + 12°) = 150°이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{1}{2} = 24$$

답 ③

157 $\frac{1}{2} \times 6 \times 7\sqrt{2} \times \sin(180^\circ - C) = 21$ 이므로

$$\sin(180^\circ - C) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $180^\circ - \angle C = 45^\circ$ 이므로

$$\angle C = 135^\circ$$

답 135°

158 $\overline{BC} = \overline{DE} = 16$ 이므로

$$\overline{AB} = 16 \sin 60^\circ = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3}$$

∠ABC = 180° - (90° + 60°) = 30°이므로

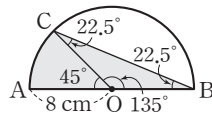
$$\angle ABD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 16 \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 96$$

답 ⑤

159 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면 △OBC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로



$$\angle COB = 180^\circ - (22.5^\circ + 22.5^\circ) = 135^\circ$$

$$\therefore \angle COA = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$$= (\triangle OBC \text{의 넓이}) + (\text{부채꼴 AOC의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin(180^\circ - 135^\circ) + \pi \times 8^2 \times \frac{45}{360}$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 8\pi$$

$$= 16\sqrt{2} + 8\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ④

160 ∠BAC = 30° + 120° = 150°

$\overline{AD} = x$ cm라 하면 $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times x \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times x \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$$

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 8 \times x \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times x \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$8\sqrt{3} = 2x + 3x, \quad 5x = 8\sqrt{3} \quad \therefore x = \frac{8\sqrt{3}}{5}$$

$$\therefore \triangle ABD = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{8\sqrt{3}}{5} \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{8\sqrt{3}}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{5} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ④

유형 032 삼각형의 넓이의 응용

본책 37쪽

두 삼각형에서 두 변의 길이의 비가 주어지고 그 끼인각이 공통인 경우 삼각형의 넓이 구하는 공식을 이용하여 두 삼각형의 넓이의 비를 구한다.

161 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B$

이때 $\overline{A'B'} = 0.8\overline{AB}$, $\overline{B'C'} = 1.3\overline{BC}$ 이므로

$$\triangle A'B'C' = \frac{1}{2} \times \overline{A'B'} \times \overline{B'C'} \times \sin B$$

$$= \frac{1}{2} \times 0.8\overline{AB} \times 1.3\overline{BC} \times \sin B$$

$$= 1.04 \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B \right)$$

$$= 1.04 \times \triangle ABC$$

따라서 삼각형의 넓이는 4% 늘어난다.

답 ④

162 $\overline{AD} = 4a$, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AE} = 2b$, $\overline{CE} = b$ 라 하면

$$S = \frac{1}{2} \times 4a \times 2b \times \sin A = 4ab \sin A$$

... 1단계

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 7a \times 3b \times \sin A = \frac{21}{2}ab \sin A$ 이므로

$$T = \triangle ABC - \triangle ADE$$

$$= \frac{21}{2}ab \sin A - 4ab \sin A$$

$$= \frac{13}{2}ab \sin A$$

... 2단계

$$\therefore \frac{T}{S} = \frac{13}{2}ab \sin A \div 4ab \sin A = \frac{13}{8}$$

... 3단계

답 $\frac{13}{8}$

단계	채점 요소	비율
1	S를 sin A를 이용하여 나타내기	40 %
2	T를 sin A를 이용하여 나타내기	40 %
3	$\frac{T}{S}$ 의 값 구하기	20 %

163 $\overline{AP_1} = \overline{P_1P_2} = \overline{P_2P_3} = \overline{P_3P_4} = \overline{P_4P_5} = \overline{P_5C} = a$,

$\overline{BQ_1} = \overline{Q_1Q_2} = \overline{Q_2Q_3} = \overline{Q_3C} = b$ 라 하면

$$S_1 = \triangle ABC - \triangle P_1Q_2C$$

$$= \frac{1}{2} \times 6a \times 4b \times \sin C - \frac{1}{2} \times 5a \times 2b \times \sin C$$

$$= 12ab \sin C - 5ab \sin C$$

$$= 7ab \sin C$$

$$\begin{aligned}
 S_2 &= \triangle P_1 Q_2 C - \triangle P_4 Q_3 C \\
 &= \frac{1}{2} \times 5a \times 2b \times \sin C - \frac{1}{2} \times 2a \times b \times \sin C \\
 &= 5ab \sin C - ab \sin C = 4ab \sin C \\
 \therefore S_1 : S_2 &= 7ab \sin C : 4ab \sin C = 7 : 4
 \end{aligned}$$

답 ④

164 $\triangle APR = \frac{1}{2} \times \overline{AP} \times \overline{AR} \times \sin A$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \overline{AB} \times \frac{2}{3} \overline{AC} \times \sin A \\
 &= \frac{2}{9} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \sin A \right) \\
 &= \frac{2}{9} \triangle ABC \\
 \triangle BQP &= \frac{1}{2} \times \overline{BP} \times \overline{BQ} \times \sin B \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \overline{AB} \times \frac{1}{3} \overline{BC} \times \sin B \\
 &= \frac{2}{9} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \sin B \right) \\
 &= \frac{2}{9} \triangle ABC \\
 \triangle CRQ &= \frac{1}{2} \times \overline{CR} \times \overline{CQ} \times \sin C \\
 &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \overline{AC} \times \frac{2}{3} \overline{BC} \times \sin C \\
 &= \frac{2}{9} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} \times \sin C \right) \\
 &= \frac{2}{9} \triangle ABC \\
 \therefore \triangle PQR &= \triangle ABC - (\triangle APR + \triangle BQP + \triangle CRQ) \\
 &= \triangle ABC - 3 \times \frac{2}{9} \triangle ABC = \frac{1}{3} \triangle ABC
 \end{aligned}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\triangle PQR$ 의 넓이의 3배이다. 답 3배

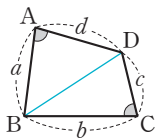
유형 033 다각형의 넓이

본책 38쪽

보조선을 그려 여러 개의 삼각형으로 나눈 후 각 삼각형의 넓이의 합을 구한다.

→ $\square ABCD$

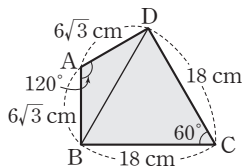
$$\begin{aligned}
 &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
 &= \frac{1}{2} ad \sin A + \frac{1}{2} bc \sin C \quad (\text{단, } \angle A, \angle C \text{는 예각})
 \end{aligned}$$



165 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}
 \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
 &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\
 &\quad + \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \sin 60^\circ \\
 &= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 27\sqrt{3} + 81\sqrt{3} = 108\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 ⑤



166 $\triangle ABD$ 에서

$$\begin{aligned}
 \overline{AD} &= \frac{5\sqrt{2}}{\tan 45^\circ} = \frac{5\sqrt{2}}{1} = 5\sqrt{2} \\
 \overline{BD} &= \frac{5\sqrt{2}}{\sin 45^\circ} = 5\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
 &= \frac{1}{2} \times 5\sqrt{2} \times 5\sqrt{2} + \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \sin 30^\circ \\
 &= 25 + \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \frac{1}{2} \\
 &= 25 + 20 = 45
 \end{aligned}$$

답 ③

167 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CDH$ 에서

$$\begin{aligned}
 \overline{DH} &= 8 \sin 45^\circ \\
 &= 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

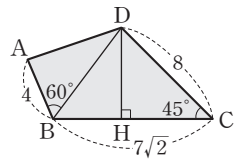
$$\overline{CH} = 8 \cos 45^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$\overline{BH} = \overline{BC} - \overline{CH} = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$ 이므로 $\triangle BHD$ 에서

$$\overline{BD} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \square ABCD &= \triangle ABD + \triangle BCD \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5\sqrt{2} \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 7\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 5\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 28 \\
 &= 5\sqrt{6} + 28
 \end{aligned}$$

답 $5\sqrt{6} + 28$



168 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle C'BE$ 에서

$$\angle BAE = \angle BC'E = 90^\circ,$$

$$\overline{AB} = \overline{BC'},$$

$$\overline{BE} \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABE \cong \triangle C'BE$ (RHS 합동)

$$\begin{aligned}
 \therefore \angle ABE &= \angle C'BE \\
 &= \frac{1}{2} \times (90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ
 \end{aligned}$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{BE} = \frac{8\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} = 8\sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 16 \text{ (cm)}$$

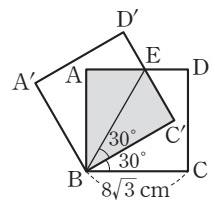
따라서 두 정사각형이 겹쳐진 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}
 \square ABC'E &= 2\triangle ABE \\
 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 8\sqrt{3} \times \sin 30^\circ \right) \\
 &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 16 \times 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \right) \\
 &= 64\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

답 $64\sqrt{3} \text{ cm}^2$

다른 풀이 $\triangle ABE \cong \triangle C'BE$ (RHS 합동)이므로

$$\angle ABE = \angle C'BE = \frac{1}{2} \times (90^\circ - 30^\circ) = 30^\circ$$



△ABE에서

$$\overline{AE} = 8\sqrt{3} \tan 30^\circ = 8\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 8 \text{ (cm)}$$

따라서 두 정사각형이 겹쳐진 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} \square ABC'E &= 2\triangle ABE \\ &= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \times 8 \right) = 64\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

유형 034 정다각형의 넓이

본책 38쪽

보조선을 그어 정 n 각형을 꼭지각의 크기가 $\frac{360^\circ}{n}$ 이고 합동인 이등변삼각형 n 개로 나눈 후 넓이를 구한다.

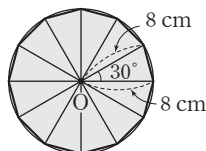
169 오른쪽 그림과 같이 정십이각형은 꼭지각의 크기가

$$\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$$

이고 합동인 12개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

따라서 정십이각형의 넓이는

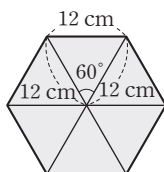
$$\begin{aligned} 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 30^\circ \right) &= 12 \times \left(\frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{1}{2} \right) \\ &= 192 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \quad \text{답 ⑤}$$



170 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어진다.

따라서 구하는 타일의 넓이는

$$\begin{aligned} 6 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ \right) &= 6 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 216\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \quad \text{답 ④}$$



171 오른쪽 그림과 같이 정팔각형은 꼭지각의 크기가

$$\frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

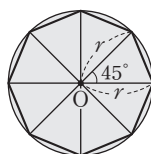
이고 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어진다.

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면 정팔각형의 넓이가 $98\sqrt{2}$ 이므로

$$\begin{aligned} 8 \times \left(\frac{1}{2} \times r \times r \times \sin 45^\circ \right) &= 98\sqrt{2} \quad \dots \text{①단계} \\ 8 \times \left(\frac{1}{2} \times r \times r \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) &= 98\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2}r^2 &= 98\sqrt{2}, \quad r^2 = 49 \\ \therefore r &= 7 \quad (\because r > 0) \quad \dots \text{③단계} \end{aligned}$$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi \times 7^2 = 49\pi$

답 49π



단계	채점 요소	비율
1	정팔각형이 합동인 8개의 이등변삼각형으로 나누어짐을 알기	30 %
2	정팔각형의 넓이를 이용하여 식 세우기	20 %
3	원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
4	원 O의 넓이 구하기	20 %

유형 035 평행사변형의 넓이

본책 39쪽

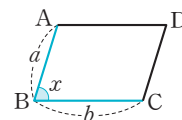
평행사변형 ABCD에서

(1) x 가 예각일 때

$$\rightarrow \square ABCD = ab \sin x$$

(2) x 가 둔각일 때

$$\rightarrow \square ABCD = ab \sin (180^\circ - x)$$



172 $7 \times 10 \times \sin B = 35\sqrt{2}$ 이므로

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore \angle B = 45^\circ \quad \text{답 45}^\circ$$

173 $\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ 이므로 주어진 도형의 넓이는 한 변의 길이가 9 cm이고 한 내각의 크기가 60° 인 마름모 6개의 넓이의 합과 같다.

따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\begin{aligned} 6 \times (9 \times 9 \times \sin 60^\circ) &= 6 \times \left(9 \times 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ &= 243\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \quad \text{답 ⑤}$$

174 평행사변형에서 이웃한 두 내각의 크기의 합은 180° 이고, $\angle ABC : \angle BCD = 1 : 3$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle BCD &= 180^\circ \times \frac{3}{1+3} = 135^\circ \\ \therefore \triangle OBC &= \frac{1}{4} \square ABCD \\ &= \frac{1}{4} \times 12 \times 6 \times \sin (180^\circ - 135^\circ) \\ &= \frac{1}{4} \times 12 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \quad \text{답 ②}$$

만점 공략 노트

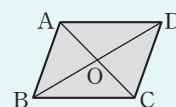
평행사변형의 넓이

평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점을 O라 할 때,

(1) $\triangle ABC = \triangle BCD = \triangle CDA$

$$= \triangle DAB = \frac{1}{2} \square ABCD$$

(2) $\triangle ABO = \triangle BCO = \triangle CDO = \triangle DAO = \frac{1}{4} \square ABCD$



175 $\overline{AB} = 5a$ cm, $\overline{BC} = 3a$ cm ($a > 0$)라 하면

$$5a \times 3a \times \sin (180^\circ - 150^\circ) = 120 \text{이므로} \quad \dots \text{①단계}$$

$$5a \times 3a \times \frac{1}{2} = 120, \quad \frac{15}{2}a^2 = 120$$

$$a^2 = 16 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 20 \text{ (cm)}, \overline{BC} = 12 \text{ (cm)}$$

... (2단계)

따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$2 \times (20 + 12) = 64 \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 64 cm

단계	채점 요소	비율
1	평행사변형의 넓이를 이용하여 식 세우기	30 %
2	$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	50 %
3	$\square ABCD$ 의 둘레의 길이 구하기	20 %

유형 036 사각형의 넓이

☞ 본책 39쪽

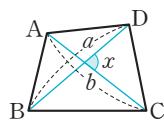
사각형 ABCD에서

(1) x 가 예각일 때

$$\rightarrow \square ABCD = \frac{1}{2}ab \sin x$$

(2) x 가 둔각일 때

$$\rightarrow \square ABCD = \frac{1}{2}ab \sin (180^\circ - x)$$



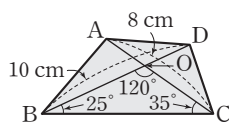
176 두 대각선의 교점을 O라 하면

$\triangle OBC$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BOC &= 180^\circ - (25^\circ + 35^\circ) \\ &= 120^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ③}$$



177 $\overline{AC} = \overline{BD} = x$ (cm)라 하면

$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin (180^\circ - 135^\circ) = 18\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 18\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{4}x^2 = 18\sqrt{2}, \quad x^2 = 72$$

$$\therefore x = 6\sqrt{2} (\because x > 0) \quad \therefore \overline{BD} = 6\sqrt{2} \text{ (cm)} \quad \text{답 ②}$$

178 $\frac{1}{2} \times 8 \times 5\sqrt{3} \times \sin x = 30$ 이므로

$$20\sqrt{3} \sin x = 30, \quad \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore x = 60^\circ$$

$$\therefore \cos \frac{x}{2} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{답 } \frac{\sqrt{3}}{2}$$

179 $\angle BOC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ 이고, $\triangle BOC$ 의 넓이가 16이므로

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{OC} \times \sin 30^\circ = 16$$

$$\frac{1}{2} \times 4 \times \overline{OC} \times \frac{1}{2} = 16 \quad \therefore \overline{OC} = 16$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{OA} + \overline{OC} = 4 + 16 = 20$$

$$\text{이때 } \overline{AC} + \overline{BD} = 36 \text{이므로 } \overline{BD} = 36 - 20 = 16$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 20 \times 16 \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 16 \times \frac{1}{2} = 80$$

답 ③

만점 유형 도전하기

☞ 본책 40~41쪽

180 **전략** 주어진 삼각형의 넓이를 $\sin$ 값을 이용하여 문자로 나타낸다.

$$\text{모든 경우의 수는 } 6 \times 6 = 36$$

주어진 삼각형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times a \times b \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}ab$$

이때 삼각형의 넓이가 짝수이려면 ab 의 값이 8의 배수이어야 한다.

(i) $ab=8$ 을 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b)는

(2, 4), (4, 2)의 2가지

(ii) $ab=16$ 을 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b)는

(4, 4)의 1가지

(iii) $ab=24$ 를 만족시키는 a, b 의 순서쌍 (a, b)는

(4, 6), (6, 4)의 2가지

이상에서 주어진 삼각형의 넓이가 짝수인 경우는

$$2 + 1 + 2 = 5 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 확률은 $\frac{5}{36}$ 이다.

답 ③

181 **전략** $\square AOCB = \triangle AOB + \triangle BOC$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 x

축에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OH} = 10, \overline{BH} = 10 \text{이므로}$$

$\triangle BOH$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{OB} &= \sqrt{10^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \end{aligned}$$

$\overline{OA} = 12, \overline{OC} = 9$ 이므로 $\triangle AOC$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{225} = 15$$

$\square AOCB = \triangle AOB + \triangle BOC$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} \times 15 \times \sin \alpha = \frac{1}{2} \times 12 \times 10 + \frac{1}{2} \times 9 \times 10$$

$$75\sqrt{2} \sin \alpha = 105 \quad \therefore \sin \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10}$$

즉 $\sin \alpha = \frac{7\sqrt{2}}{10}$ 이므로 오른쪽 그림과 같이

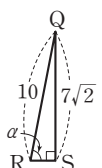
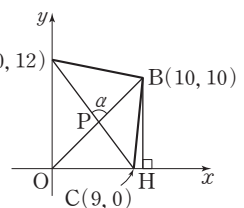
$\angle S = 90^\circ$ 이고 $\overline{QR} = 10, \overline{QS} = 7\sqrt{2}$ 인 직각삼각형

QRS를 생각할 수 있다.

이때 $\overline{RS} = \sqrt{10^2 - (7\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}$ 이므로

$$\cos \alpha = \frac{\overline{RS}}{\overline{QR}} = \frac{\sqrt{2}}{10}$$

답 $\frac{\sqrt{2}}{10}$



182 전략 $\triangle BGD$ 의 각 변의 길이를 구하여 어떤 삼각형인지 알아본다.

$\triangle DGH$ 에서

$$\overline{DG} = \frac{4}{\cos 45^\circ} = 4 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{DH} = 4 \tan 45^\circ = 4 \times 1 = 4$$

이때 $\overline{BF} = \overline{DH} = 4$ 이므로 $\triangle BFG$ 에서

$$\overline{BG} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 4 \div \frac{1}{2} = 8$$

$$\overline{FG} = \frac{4}{\tan 30^\circ} = 4 \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3}$$

$\overline{BC} = \overline{FG} = 4\sqrt{3}$ 이고 $\overline{CD} = \overline{GH} = 4$ 이므로 $\triangle BCD$ 에서

$$\overline{BD} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$$

즉 $\triangle BGD$ 는 $\overline{BG} = \overline{BD}$ 인 이등변삼각형이므로

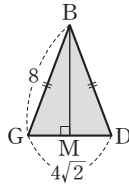
점 B에서 $\overline{GD}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{GM} = \frac{1}{2} \overline{GD} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$\triangle BGM$ 에서

$$\overline{BM} = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$$\therefore \triangle BGD = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 2\sqrt{14} = 8\sqrt{7}$$



답 ④

183 전략 두 점 P, Q에서 $\overline{CD}$ 와 수직인 선분을 긋고 각의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 와 수직이고

두 점 P, Q를 지나는 선분을 각각 $\overline{EF}$, $\overline{QG}$ 라 하면

$$\overline{AD} \parallel \overline{QG} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$$

$$\therefore \angle QEP = \angle QBC = 60^\circ \text{ (동위각)}$$

빛의 입사각의 크기와 반사각의 크기가 같으므로

$$\angle AQR = \angle BQP = 30^\circ$$

$\square ABCD$ 에서 $\angle A = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$

$\triangle AQR$ 에서 $\angle ARQ = 180^\circ - (120^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$ 이므로

$$\angle SRD = \angle ARQ = 30^\circ$$

$\triangle RSD$ 에서 $\angle RSD = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ 이므로

$$\angle PSF = \angle RSD = 60^\circ$$

따라서 $\triangle PFS$ 에서

$$\angle SPF = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

이때 $\triangle AQR$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AR} = \overline{AQ} = 12 \text{ (m)} \quad \therefore \overline{DR} = 24 - 12 = 12 \text{ (m)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle AQR$ 의 꼭짓점 A에

서 $\overline{QR}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

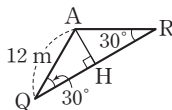
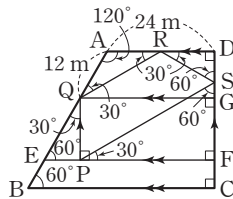
$$\overline{HQ} = 12 \cos 30^\circ$$

$$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{QR} = 2\overline{HQ} = 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3} \text{ (m)}$$

또 $\triangle RSD$ 에서

$$\overline{RS} = \frac{12}{\cos 30^\circ} = 12 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ (m)}$$



$\square PSRQ$ 에서 $\angle P = \angle S = 60^\circ$,
 $\angle Q = \angle R = 120^\circ$ 이므로 $\square PSRQ$
는 등변사다리꼴이다.

$$\therefore \overline{PQ} = \overline{RS} = 8\sqrt{3} \text{ (m)}$$

또 두 꼭짓점 Q, R에서 $\overline{PS}$ 에 내린 수선의 발을 각각 X, Y라 하면

$$\overline{XY} = \overline{QR} = 12\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$\triangle RYS$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{SY} &= 8\sqrt{3} \cos 60^\circ \\ &= 8\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$\therefore \overline{PX} = \overline{SY} = 4\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{PS} = \overline{PX} + \overline{XY} + \overline{SY} = 4\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \text{ (m)}$$

따라서 빛의 이동 거리는

$$\begin{aligned} \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{SP} &= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 20\sqrt{3} \\ &= 48\sqrt{3} \text{ (m)} \end{aligned}$$

다른 풀이 $\overline{QR} = 12\sqrt{3} \text{ m}$, $\overline{RS} = 8\sqrt{3} \text{ m}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{QG}$

에 내린 수선의 발을 I라 하자.

$\angle AQI = \angle B = 60^\circ$ (동위각)이므로

$\triangle AQI$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{AI} &= 12 \sin 60^\circ \\ &= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$\overline{QI} = 12 \cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ (m)}$$

$\overline{IG} = \overline{AD} = 24 \text{ (m)}$ 이므로

$$\overline{PF} = \overline{QI} + \overline{IG} = 6 + 24 = 30 \text{ (m)}$$

$\triangle PFS$ 에서

$$\overline{PS} = \frac{30}{\sin 60^\circ} = 30 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$$\overline{SF} = 30 \tan 30^\circ = 30 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 10\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$\triangle RSD$ 에서

$$\overline{DS} = 12 \tan 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 4\sqrt{3} \text{ (m)}$$

이때 $\overline{DS} + \overline{SF} = \overline{AI} + \overline{QP}$ 이므로

$$4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + \overline{QP}$$

$$\therefore \overline{PQ} = 8\sqrt{3} \text{ (m)}$$

따라서 빛의 이동 거리는

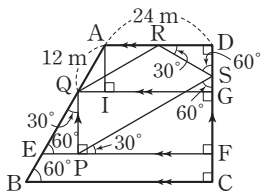
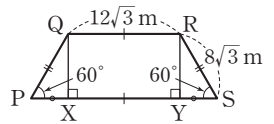
$$\begin{aligned} \overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RS} + \overline{PS} &= 8\sqrt{3} + 12\sqrt{3} + 8\sqrt{3} + 20\sqrt{3} \\ &= 48\sqrt{3} \text{ (m)} \end{aligned}$$

참고 이등변삼각형의 꼭짓각의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선의 발은 밑변을 수직이등분한다.

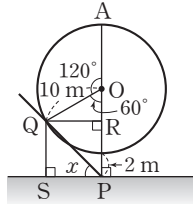
184 전략 관람차가 6분 동안 회전한 각의 크기를 구한 후 직각 삼각형을 그려 본다.

관람차가 한 바퀴를 도는 데 18분이 걸리므로 6분 동안 회전한

각의 크기는 $\frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$ 이다.



오른쪽 그림과 같이 관람차의 중심을 O, 점 Q에서 $\overline{OP}$ 에 내린 수선의 발을 R라 하면 $\angle AOQ = 120^\circ$ 이므로



$$\angle QOR = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$\overline{OQ} = 10$ (m)이므로 $\triangle OQR$ 에서

$$\overline{OR} = 10 \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ (m)}$$

$$\overline{QR} = 10 \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3} \text{ (m)}$$

점 Q에서 지면에 내린 수선의 발을 S라 하면

$$\overline{SP} = \overline{QR} = 5\sqrt{3} \text{ (m)}$$

한편 관람차가 지면에 가장 가깝게 내려왔을 때의 지면으로부터의 높이가 2m이고 원 O의 반지름의 길이가 10m이므로

$$\overline{OP} = 10 + 2 = 12 \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{QS} = \overline{RP} = \overline{OP} - \overline{OR} = 12 - 5 = 7 \text{ (m)}$$

따라서 $\triangle QSP$ 에서

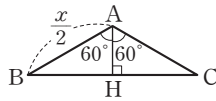
$$\tan x = \frac{\overline{QS}}{\overline{SP}} = \frac{7}{5\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{15} \quad \text{답 } \frac{7\sqrt{3}}{15}$$

185 전략 정육각형의 한 내각의 크기를 먼저 구한 후 큰 정육각형의 두 변과 작은 정육각형의 한 변으로 이루어진 삼각형에서 변의 길이를 구한다.

정육각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 큰 정육각형의 한 꼭짓점을 A, 작은 정육각형의 두 꼭짓점을 각각 B, C라 하고 큰 정육각형의 한 변의 길이를 x 라 하면



$$\overline{AB} = \frac{x}{2}$$

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\angle BAH = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ \text{이므로}$$

$$\overline{BH} = \frac{x}{2} \sin 60^\circ = \frac{x}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}x$$

$$\therefore \overline{BC} = 2\overline{BH} = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{4}x = \frac{\sqrt{3}}{2}x$$

즉 작은 정육각형의 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 이다.

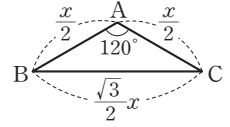
이때 두 정육각형의 넓이의 차이가 $32\sqrt{3}$ 이고 정육각형은 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지므로

$$\begin{aligned} & 6 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 60^\circ \right) \\ & - 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \sin 60^\circ \right) \\ & = 32\sqrt{3} \\ & 6 \times \left(\frac{1}{2} \times x \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) - 6 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \\ & = 32\sqrt{3} \\ & \frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 = 32\sqrt{3}, \quad x^2 = \frac{256}{3} \\ & \therefore x = \frac{16\sqrt{3}}{3} \quad (\because x > 0) \end{aligned}$$

따라서 두 정육각형의 둘레의 길이의 차는

$$6 \times \frac{16\sqrt{3}}{3} - 6 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16\sqrt{3}}{3} \right) = 32\sqrt{3} - 48 \quad \text{답 } ④$$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 큰 정육각형의 한 꼭짓점을 A, 작은 정육각형의 두 꼭짓점을 각각 B, C라 하고 큰 정육각형의 한 변의 길이를 x 라 하면



작은 정육각형의 한 변의 길이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}x$ 이다.

이때 두 정육각형의 넓이의 차는 삼각형 ABC 6개의 넓이의 합과 같으므로

$$6 \times \left\{ \frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \sin (180^\circ - 120^\circ) \right\} = 32\sqrt{3}$$

$$6 \times \left(\frac{1}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{x}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 32\sqrt{3}$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{8}x^2 = 32\sqrt{3}, \quad x^2 = \frac{256}{3}$$

$$\therefore x = \frac{16\sqrt{3}}{3} \quad (\because x > 0)$$

따라서 두 정육각형의 둘레의 길이의 차는

$$6 \times \frac{16\sqrt{3}}{3} - 6 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{16\sqrt{3}}{3} \right) = 32\sqrt{3} - 48$$

만점 공략 노트

정다각형의 한 내각의 크기

정 n 각형의 한 내각의 크기는

$$\frac{180^\circ \times (n-2)}{n}$$

186 전략 $\triangle BGE$ 가 어떤 삼각형인지 생각해 본다.

[그림 3]에서 $\angle BEA = \angle BEG = \angle DEG$ (접은 각)이므로

$$\angle BEG = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$$

$\angle BA'E = 90^\circ$ 이므로 $\triangle BA'E$ 에서

$$\angle A'BE = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$$

$\angle ABE = \angle A'BE = 30^\circ$ (접은 각)이므로

$$\angle GBA' = 90^\circ - (30^\circ + 30^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \angle EBG = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

즉 $\angle BEG = \angle EBG = 60^\circ$ 이므로 $\triangle BGE$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $\triangle ABE$ 에서

$$\overline{BE} = \frac{x}{\cos 30^\circ} = x \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

$$\text{이므로 } \overline{GE} = \overline{BE} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$$

이때 $\triangle BGE$ 의 넓이가 $27\sqrt{3}$ 이므로

$$\frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}x \times \frac{2\sqrt{3}}{3}x \times \sin 60^\circ = 27\sqrt{3}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{2\sqrt{3}}{3}x \times \frac{2\sqrt{3}}{3}x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 27\sqrt{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x^2 = 27\sqrt{3}, \quad x^2 = 81$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 9$$

시험만점 완성하기

본책 42~45쪽

187 **전략** 직각삼각형에서 나머지 한 각의 크기를 구한 후 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 길이를 삼각비를 이용하여 나타낸다.

$$\angle B = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$$

$$\therefore \sin 68^\circ = \frac{7}{\overline{AB}} \text{이므로} \quad \overline{AB} = \frac{7}{\sin 68^\circ}$$

$$\therefore \cos 22^\circ = \frac{7}{\overline{AB}} \text{이므로} \quad \overline{AB} = \frac{7}{\cos 22^\circ}$$

$$\therefore \tan 22^\circ = \frac{\overline{AC}}{7} \text{이므로} \quad \overline{AC} = 7 \tan 22^\circ$$

$$\therefore \tan 68^\circ = \frac{7}{\overline{AC}} \text{이므로} \quad \overline{AC} = \frac{7}{\tan 68^\circ}$$

이상에서 옳지 않은 것은 α , β 이다.

답 ③

188 **전략** $\triangle ABH$ 에서 삼각비를 이용하여 $\overline{AH}$, $\overline{BH}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 12 \sin 60^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{BH} = 12 \cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ (cm)}$$

따라서 원뿔의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6\sqrt{3} = 72\sqrt{3}\pi \text{ (cm}^3\text{)}$$

답 ④

189 **전략** $\triangle BAD$ 와 $\triangle CAD$ 에서 각각 삼각비를 이용하여 $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle BAD$ 에서

$$\overline{BD} = 8 \tan 60^\circ = 8 \times \sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ (m)}$$

$\triangle CAD$ 에서

$$\overline{CD} = 8 \tan 45^\circ = 8 \times 1 = 8 \text{ (m)}$$

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BD} - \overline{CD} = 8\sqrt{3} - 8 \text{ (m)}$$

답 ③

190 **전략** 추가 위치한 지점에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 추가 가장 높이 올라갔을 때 추의 위치를 C라 하고 점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{CH} = 20 \sin 30^\circ = 20 \times \frac{1}{2} = 10 \text{ (cm)}$$

즉 추가 가장 높이 올라갔을 때 $\overline{AB}$ 에서 추까지의 수평 거리는 10 cm이므로

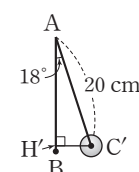
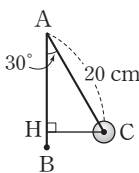
$$a = 10$$

오른쪽 그림과 같이 추가 $\overline{AB}$ 에서 오른쪽으로 18° 만큼 움직였을 때 추의 위치를 C'이라 하고 점 C'에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H'이라 하면

$$\overline{AH'} = 20 \cos 18^\circ$$

$$= 20 \times 0.95 = 19 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BH'} = \overline{AB} - \overline{AH'} = 20 - 19 = 1 \text{ (cm)}$$



즉 추가 오른쪽으로 18° 만큼 움직였을 때 B 지점보다 1 cm만큼 위에 있으므로

$$b = 1$$

$$\therefore a + b = 10 + 1 = 11$$

답 ②

191 **전략** 먼저 $\sin B$ 의 값을 이용하여 $\angle B$ 의 크기를 구한다.

$\angle B$ 는 예각이고 $\sin B = \frac{1}{2}$ 이므로 $\angle B = 30^\circ$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{BH} &= 4\sqrt{3} \cos 30^\circ \\ &= 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6 \end{aligned}$$

$$\overline{CH} = 4\sqrt{3} \sin 30^\circ = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$$

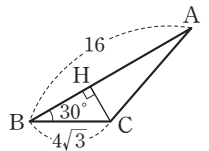
$$\overline{AH} = \overline{AB} - \overline{BH} = 16 - 6 = 10 \text{이므로}$$

$\triangle AHC$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7}$$

$$\therefore \cos A = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \frac{10}{4\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

답 ④



192 **전략** 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$ 에서

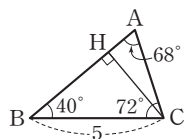
$$\overline{CH} = 5 \sin 40^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - (40^\circ + 72^\circ) = 68^\circ \text{이므로}$$

$\triangle CAH$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{\overline{CH}}{\sin 68^\circ} = \frac{5 \sin 40^\circ}{\sin 68^\circ}$$

답 ①



193 **전략** 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 직각삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$ 에서

$$\overline{AH} = 24 \sin 45^\circ$$

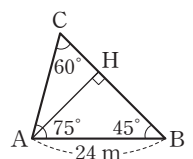
$$= 24 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2} \text{ (m)}$$

$$\angle C = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ \text{이므로 } \triangle AHC \text{에서}$$

$$\overline{AC} = \frac{12\sqrt{2}}{\sin 60^\circ} = 12\sqrt{2} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{6} \text{ (m)}$$

따라서 전시관 A에서 안내사무소 C까지의 거리는 $8\sqrt{6}$ m이다.

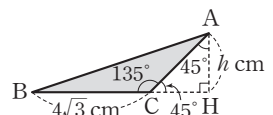
답 ③



194 **전략** 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 수선을 그는다.

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH} = h$ cm라 하면

$$\angle ACH = 45^\circ, \angle CAH = 45^\circ \text{이므로}$$



△ACH에서

$$\overline{CH} = h \tan 45^\circ = h \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BH} = \overline{BC} + \overline{CH} = 4\sqrt{3} + h \text{ (cm)}$$

이때 $\tan B = \frac{1}{3}$ 이므로 △ABH에서

$$\frac{h}{4\sqrt{3} + h} = \frac{1}{3}, \quad 3h = 4\sqrt{3} + h$$

$$2h = 4\sqrt{3} \quad \therefore h = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 12 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ②}$$

195 전략 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 임을 이용하여 □ABCD와 넓이가 같은 삼각형을 찾는다.

$$\overline{AC} \parallel \overline{DE} \text{이므로} \quad \triangle ACD = \triangle ACE$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times (11 + 9) \times \sin 60^\circ$$

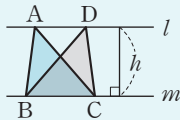
$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 20 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 75\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ④}$$

만점 공략 노트

평행선과 삼각형의 넓이

두 직선 l, m 이 평행할 때, △ABC와 △DBC는 밑변 BC가 공통이고 높이는 h 로 같으므로 넓이가 같다.

$$\rightarrow \triangle ABC = \triangle DBC$$



196 전략 세 삼각형 A, B, C의 넓이를 각각 문자로 나타낸다.

세 삼각형 A, B, C의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 이라 하면

$$S_1 = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \times a \times b \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}ab$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times b \times c \times \sin 45^\circ = \frac{1}{2} \times b \times c \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4}bc$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times c \times a \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times c \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}ac$$

세 삼각형의 넓이가 모두 같으므로

$$S_1 = S_2 \text{에서} \quad \frac{1}{4}ab = \frac{\sqrt{2}}{4}bc \quad \therefore a = \sqrt{2}c$$

$$S_1 = S_3 \text{에서} \quad \frac{1}{4}ab = \frac{\sqrt{3}}{4}ac \quad \therefore b = \sqrt{3}c$$

$$\therefore a : b : c = \sqrt{2}c : \sqrt{3}c : c = \sqrt{2} : \sqrt{3} : 1 \quad \text{답 ②}$$

197 전략 주어진 선분의 길이의 비를 이용하여 삼각기둥과 삼각뿔의 부피를 각각 문자로 나타낸다.

△DEF의 넓이를 S , 삼각기둥의 높이를 h 라 하면 삼각기둥의 부피는 Sh 이다.

$$\text{이때 } S = \frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{DF} \times \sin D \text{이고 } \overline{DG} = \frac{5}{8}\overline{DE},$$

$$\overline{DH} = \frac{3}{4}\overline{DF} \text{이므로}$$

$$\triangle DGH = \frac{1}{2} \times \overline{DG} \times \overline{DH} \times \sin D$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{5}{8}\overline{DE} \times \frac{3}{4}\overline{DF} \times \sin D$$

$$= \frac{15}{32} \times \left(\frac{1}{2} \times \overline{DE} \times \overline{DF} \times \sin D \right)$$

$$= \frac{15}{32}S$$

즉 삼각뿔 A-DGH의 부피는

$$\frac{1}{3} \times \triangle DGH \times h = \frac{1}{3} \times \frac{15}{32}S \times h$$

$$= \frac{5}{32}Sh$$

따라서 삼각기둥과 삼각뿔의 부피의 비는

$$Sh : \frac{5}{32}Sh = 32 : 5 \quad \text{답 ③}$$

198 전략 먼저 □ABCD에서 $\overline{AC}$ 를 그어 2개의 삼각형으로 나누어 넓이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$$\square ABCD$$

$$= \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \sin (180^\circ - 150^\circ)$$

$$+ \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 60^\circ$$

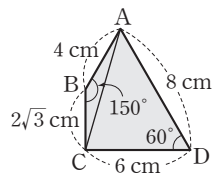
$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2\sqrt{3} + 12\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

즉 □EFGH의 넓이가 $14\sqrt{3} \text{ cm}^2$ 이므로

$$\overline{EH} \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{EH} = 7 \text{ (cm)} \quad \text{답 ②}$$



199 전략 $\overline{OC}, \overline{OD}$ 를 그어 3개의 삼각형으로 나누어 넓이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}, \overline{OD}$ 를 그으면

△OBC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 30^\circ$$

$$\therefore \angle COB = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

$\overline{AD} = \overline{DC}$ 이므로 두 부채꼴 AOD, DOC에서

$$\angle AOD = \angle DOC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle COB$$

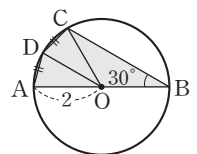
$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin 30^\circ$$

$$+ \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{1}{2}$$

$$+ \frac{1}{2} \times 2 \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 2 + \sqrt{3} \quad \text{답 ①}$$



만점 공략 노트

중심각의 크기와 현의 길이

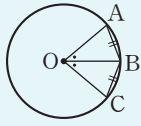
한 원 또는 합동인 두 원에서

(1) 크기가 같은 중심각에 대한 현의 길이는 같다. 즉

$$\angle AOB = \angle BOC \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC}$$

(2) 길이가 같은 현에 대한 중심각의 크기는 같다. 즉

$$\overline{AB} = \overline{BC} \rightarrow \angle AOB = \angle BOC$$



200 전략 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질을 이용하여 □PQRS가 어떤 사각형인지 알아본다.

△ABC에서 두 점 S, R는 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{SR}, \overline{SR} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

마찬가지로 △ABD에서

$$\overline{AB} \parallel \overline{PQ}, \overline{PQ} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 20 = 10$$

즉 $\overline{SR} \parallel \overline{PQ}$, $\overline{SR} = \overline{PQ}$ 이므로 □PQRS는 평행사변형이다.

또 마찬가지로 △BCD에서

$$\overline{RQ} \parallel \overline{CD}, \overline{RQ} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

한편 $\overline{AB} \parallel \overline{SR}$ 에서

$$\angle SRC = \angle ABC = 85^\circ \text{ (동위각)}$$

$\overline{CD} \parallel \overline{RQ}$ 에서

$$\angle QRB = \angle DCB = 65^\circ \text{ (동위각)}$$

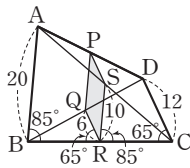
$$\therefore \angle QRS$$

$$= 180^\circ - (\angle QRB + \angle SRC)$$

$$= 180^\circ - (65^\circ + 85^\circ) = 30^\circ$$

$$\therefore \square PQRS = 6 \times 10 \times \sin 30^\circ$$

$$= 6 \times 10 \times \frac{1}{2} = 30$$



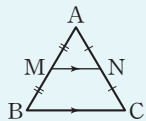
답 ④

만점 공략 노트

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질

△ABC에서 $\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이면

$$\overline{MN} \parallel \overline{BC}, \overline{MN} = \frac{1}{2} \overline{BC}$$



201 전략 원의 중심에서 $\overline{BP}$, $\overline{OB}$ 에 수선을 그어 합동인 삼각형을 찾는다.

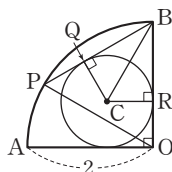
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{BP}$ 에 모두 접하는 원의 중심을 C라 하고 점 C에서 $\overline{BP}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자.

$$\angle AOP = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle BOP = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

또 $\overline{OB} = \overline{OP}$ 이므로 △OBP는 정삼각형이다.

$$\therefore \angle OBP = 60^\circ$$



이때 △CBQ와 △CBR에서

$$\angle CQB = \angle CRB = 90^\circ, \overline{BC} \text{는 공통}, \overline{CQ} = \overline{CR}$$

이므로 △CBQ ≌ △CBR (RHS 합동)

$$\therefore \angle CBQ = \angle CBR = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

한편 원 C의 반지름의 길이를 x라 하면

$$\overline{CR} = \overline{OR} = x, \overline{BR} = \overline{OB} - \overline{OR} = 2 - x$$

이므로 △BCR에서 $x = (2 - x) \tan 30^\circ$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{3} (2 - x), \quad 3x = 2\sqrt{3} - \sqrt{3}x$$

$$(3 + \sqrt{3})x = 2\sqrt{3} \quad \therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{3} - 1$ 이다. **답** $\sqrt{3} - 1$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 원

의 중심을 C, $\overline{OA}$ 의 연장선과 $\overline{BP}$

의 연장선이 만나는 점을 D라 하

면 원 C는 △BDO의 내접원이다.

△BDO에서 $\angle DBO = 60^\circ$,

$\angle BOD = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{OD} = 2 \tan 60^\circ = 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{BD} = \frac{2}{\cos 60^\circ} = 2 \div \frac{1}{2} = 4$$

$$\therefore \triangle BDO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2 = 2\sqrt{3}$$

원 C의 반지름의 길이를 x라 하면

$$\triangle CDO = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times x = \sqrt{3}x$$

$$\triangle COB = \frac{1}{2} \times 2 \times x = x$$

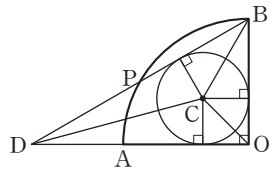
$$\triangle CBD = \frac{1}{2} \times 4 \times x = 2x$$

이때 $\triangle CDO + \triangle COB + \triangle CBD = \triangle BDO$ 이므로

$$\sqrt{3}x + x + 2x = 2\sqrt{3}, \quad (3 + \sqrt{3})x = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = \frac{2\sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \sqrt{3} - 1$$

따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 $\sqrt{3} - 1$ 이다.



202 전략 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 긋는다.

$$\triangle ABC \text{에서 } \overline{BC} = 6 \tan 60^\circ = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$ 에 내린

수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH} = h$ 라 하면

$$\angle BEH = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

$$\angle CEH = \angle CAB = 60^\circ \text{ (동위각)}$$

$$\triangle EBH \text{에서 } \overline{BH} = h \tan 45^\circ = h$$

$$\triangle EHC \text{에서 } \overline{CH} = h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h$$

$$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH} \text{ 이므로}$$

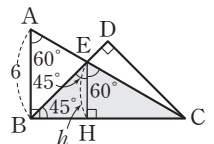
$$6\sqrt{3} = h + \sqrt{3}h, \quad (1 + \sqrt{3})h = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore h = \frac{6\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} = 9 - 3\sqrt{3}$$

$$\therefore \triangle EBC = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times (9 - 3\sqrt{3})$$

$$= 27\sqrt{3} - 27$$

답 $27\sqrt{3} - 27$



203 전략 $\overline{EF}$ 를 그은 후 $\triangle BFE$ 의 넓이를 이용하여 $\sin x$ 의 값을 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{EF}$ 를 긋고 정사각형의 한 변의 길이를 $2a$ 라 하면

$$\overline{AE} = \overline{ED} = \overline{DF} = \overline{FC} = a$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{BE} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a \quad (\because a > 0)$$

$\triangle BCF$ 에서

$$\overline{BF} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore \triangle BFE = \frac{1}{2} \times \sqrt{5}a \times \sqrt{5}a \times \sin x$$

$$= \frac{5}{2}a^2 \sin x \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

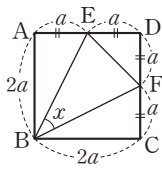
한편 $\triangle BFE = \square ABCD - (\triangle ABE + \triangle BCF + \triangle DEF)$ 이므로

$$\begin{aligned} \triangle BFE &= 2a \times 2a - \left(\frac{1}{2} \times 2a \times a + \frac{1}{2} \times 2a \times a + \frac{1}{2} \times a \times a \right) \\ &= 4a^2 - \frac{5}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^2 \quad \dots\dots \textcircled{8} \end{aligned}$$

$\textcircled{7}, \textcircled{8}$ 에서

$$\frac{5}{2}a^2 \sin x = \frac{3}{2}a^2$$

$$\therefore \sin x = \frac{3}{5} \quad \text{답 } \frac{3}{5}$$



204 전략 주어진 비례식을 이용하여 $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COA$ 의 크기를 각각 구한다.

$$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA$$

$$= \widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 5 : 3 : 4$$

이므로

$$\angle AOB = 360^\circ \times \frac{5}{5+3+4} = 150^\circ$$

$$\angle BOC = 360^\circ \times \frac{3}{5+3+4} = 90^\circ$$

$$\angle COA = 360^\circ \times \frac{4}{5+3+4} = 120^\circ$$

$$\therefore \triangle ABC = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCA$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \sin (180^\circ - 150^\circ)$$

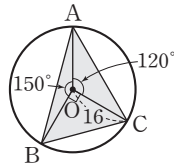
$$+ \frac{1}{2} \times 16 \times 16$$

$$+ \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \frac{1}{2} + 128 + \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 64 + 128 + 64\sqrt{3}$$

$$= 192 + 64\sqrt{3} \quad \text{답 } 192 + 64\sqrt{3}$$

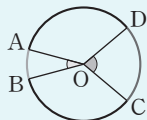


만점 공략 노트

중심각의 크기와 호의 길이

한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$$\widehat{AB} : \widehat{CD} = \angle AOB : \angle COD$$



205 전략 평행사변형에서 이웃한 두 내각의 크기의 합은 180° 임을 이용하여 $\angle B$ 의 크기를 구한다.

$\angle BAD + \angle B = 180^\circ$ 이고, $\angle BAD : \angle B = 3 : 1$ 이므로

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{1}{3+1} = 45^\circ$$

$\overline{BC} = \overline{AD} = 10$ 이므로

$$\square ABCD = 8 \times 10 \times \sin 45^\circ$$

$$= 8 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 40\sqrt{2}$$

$$\therefore \triangle AMC = \frac{1}{2} \triangle ABC$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$= \frac{1}{4} \times 40\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \quad \text{답 } 10\sqrt{2}$$

만점 공략 노트

높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비

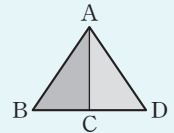
높이가 같은 두 삼각형의 넓이의 비는 밑변의 길이의 비와 같다.

(1) $\overline{BC} : \overline{CD} = m : n$ 이면

$$\triangle ABC : \triangle ACD = m : n$$

(2) 점 C가 $\overline{BD}$ 의 중점이면

$$\triangle ABC = \triangle ACD$$



206 전략 두 대각선이 이루는 각의 $\sin$ 값이 최대가 되는 경우를 찾는다.

두 대각선이 이루는 각 중의 크지 않은 각의 크기를

x ($0^\circ < x \leq 90^\circ$)라 하면

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times 14 \times 9 \times \sin x = 63 \sin x$$

이때 $0^\circ < x \leq 90^\circ$ 에서 $0 < \sin x \leq 1$ 이다.

따라서 $\square ABCD$ 의 넓이는 $\sin x = 1$ 일 때 최대이고 그 넓이는

$$63 \times 1 = 63 \quad \text{답 } 63$$

207 전략 주어진 그림에서 직각삼각형을 그려 본다.

오른쪽 그림과 같이 네 점 A, B, C, D를

정하면 $\angle ABC = 135^\circ - 90^\circ = 45^\circ$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC} = 4 \sin 45^\circ$$

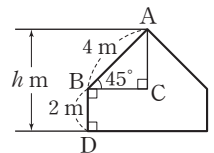
$$= 4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2} \text{ (m)}$$

따라서 글램핑 텐트의 높이는

$$\overline{AC} + \overline{BD} = 2\sqrt{2} + 2 \text{ (m)}$$

$$\therefore h = 2\sqrt{2} + 2 \quad \dots \textcircled{2\text{단계}}$$

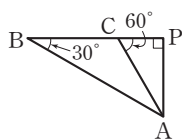
$$\text{답 } 2\sqrt{2} + 2$$



단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AC}$ 의 길이 구하기	2점
2	h 의 값 구하기	1점

208 **전략** 헬리콥터에서 여행객을 처음 내려다본 각의 크기와 두 번째로 내려다본 각의 크기를 이용하여 직각삼각형을 그려 본다.

오른쪽 그림과 같이 여행객의 위치를 A, 처음 여행객을 내려다보았을 때 헬리콥터의 위치를 B, 4분 후 헬리콥터의 위치를 C 라 하자.



헬리콥터가 시속 180 km로 4분 동안 이동한 거리는

$$\overline{BC} = 180 \times \frac{4}{60} = 12 \text{ (km)} \quad \dots \text{ (1단계)}$$

$\triangle BAC$ 에서 $\angle CAB = 60^\circ - 30^\circ = 30^\circ$ 이므로

$$\angle CBA = \angle CAB = 30^\circ$$

즉 $\triangle BAC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\overline{AC} = \overline{BC} = 12 \text{ (km)}$$

$\triangle CAP$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{CP} &= 12 \cos 60^\circ \\ &= 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ (km)} \end{aligned} \quad \dots \text{ (2단계)}$$

따라서 헬리콥터가 두 번째로 내려다본 지점에서 P 지점까지

이동하는 데 걸리는 시간은 $\frac{6}{180}$ 시간, 즉 2분이므로 두 번째로 내려다본 지점으로부터 2분 더 이동해야 한다. $\dots$ (3단계)

답 2분

단계	채점 요소	배점
1	헬리콥터가 4분 동안 이동한 거리 구하기	2점
2	여행객을 두 번째로 내려다본 지점으로부터 P 지점까지의 거리 구하기	3점
3	헬리콥터가 두 번째로 내려다본 지점으로부터 P 지점까지 이동하는 데 걸리는 시간 구하기	1점

209 **전략** $\overline{BD}$ 를 긋고 두 점 P, Q가 각각 $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ 의 무게중심임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면 점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DM} = \frac{3}{2} \overline{DP} = \frac{3}{2} \times 16 = 24$$

점 Q는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DN} = \frac{3}{2} \overline{DQ} = \frac{3}{2} \times 12 = 18 \quad \dots \text{ (1단계)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle DMN &= \frac{1}{2} \times 24 \times 18 \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 24 \times 18 \times \frac{1}{2} = 108 \end{aligned} \quad \dots \text{ (2단계)}$$

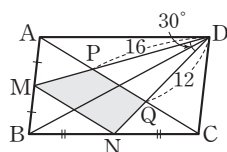
한편

$$\begin{aligned} \triangle DPQ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \sin 30^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \times 12 \times \frac{1}{2} = 48 \end{aligned} \quad \dots \text{ (3단계)}$$

이므로

$$\begin{aligned} \square MNQP &= \triangle DMN - \triangle DPQ \\ &= 108 - 48 = 60 \end{aligned} \quad \dots \text{ (4단계)}$$

답 60



단계	채점 요소	배점
1	$\overline{DM}$, $\overline{DN}$ 의 길이 구하기	2점
2	$\triangle DMN$ 의 넓이 구하기	1점
3	$\triangle DPQ$ 의 넓이 구하기	1점
4	$\square MNQP$ 의 넓이 구하기	1점

만점 공략 노트

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O라 하면 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

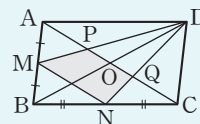
$$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{BO} = \overline{DO}$$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 점 P는 $\triangle ABD$ 의 무게중심이다.

$$\therefore \overline{DP} : \overline{PM} = 2 : 1$$

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BN} = \overline{CN}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 점 Q는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이다.

$$\therefore \overline{DQ} : \overline{QN} = 2 : 1$$



210 **전략** 주어진 삼각형의 넓이를 이용하여 $\sin$ 값을 구한 후 $\overline{AD}$ 의 길이를 구한다.

$\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE = x$ 라 하면 $\triangle ABC$ 의 넓이가 7이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \times \sin x &= 7 \\ \therefore \sin x &= \frac{7}{12} \end{aligned} \quad \dots \text{ (1단계)}$$

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\triangle ACD$ 의 넓이가 14이므로

$$\frac{1}{2} \times 6 \times a \times \sin x = 14$$

$$\frac{1}{2} \times 6 \times a \times \frac{7}{12} = 14$$

$$\frac{7}{4}a = 14$$

$$\therefore a = 8$$

즉 $\overline{AD} = 8$ 이므로 $\dots$ (2단계)

$$\triangle ADE = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \sin x$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 3 \times \frac{7}{12} = 7$$

따라서 오각형 ABCDE의 넓이는

$$\triangle ABC + \triangle ACD + \triangle ADE = 7 + 14 + 7 = 28 \quad \dots \text{ (3단계)}$$

답 28

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE = x$ 로 놓고 $\sin x$ 의 값 구하기	1점
2	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	1점
3	오각형 ABCDE의 넓이 구하기	2점

03 원과 직선

II. 원의 성질

SELF CHECK

본책 48~49쪽

A (1) $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 6$$

(2) $\triangle OMB$ 에서

$$\overline{BM} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}$$

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AB} = 2\overline{BM} = 2 \times 8 = 16 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 16$$

답 (1) 6 (2) 16

B (1) $\overline{OM} = \overline{ON} = 4 \text{ (cm)}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD} = 14 \text{ (cm)}$

$\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

$$\therefore x = 7$$

(2) $\overline{ON} \perp \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{DN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle ODN$ 에서

$$\overline{ON} = \sqrt{9^2 - 6^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

답 (1) 7 (2) $3\sqrt{5}$

C (1) $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로 $\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 53^\circ + 90^\circ) = 127^\circ$$

$$\therefore x = 127$$

(2) $\angle PBO = 90^\circ$ 이므로 $\triangle PBO$ 에서

$$\overline{PB} = \sqrt{10^2 - 4^2} = \sqrt{84} = 2\sqrt{21} \text{ (cm)}$$

$\overline{PA} = \overline{PB} = 2\sqrt{21} \text{ (cm)}$ 이므로 $x = 2\sqrt{21}$

답 (1) 127 (2) $2\sqrt{21}$

D (1) $\overline{AD} = \overline{AF} = 2$ 이므로

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 2 = 5, \overline{CE} = \overline{CF} = 6 - 2 = 4$$

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE}$ 이므로 $x = 5 + 4 = 9$

(2) $\overline{BE} = \overline{BD} = x$ 이므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 8 - x, \overline{CF} = \overline{CE} = 12 - x$$

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF}$ 이므로

$$10 = (8 - x) + (12 - x), \quad 2x = 10$$

$$\therefore x = 5$$

답 (1) 9 (2) 5

E $12 + 17 = (3 + x) + 18 \quad \therefore x = 8$

답 8

나신 유형 다지기

본책 50~61쪽

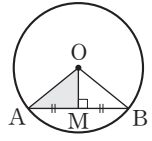
유형 037 현의 수직이등분선 (1)

본책 50쪽

원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로

$$(1) \overline{AM} = \overline{BM}$$

$$(2) \triangle OAM \text{에서 } \overline{AM}^2 = \overline{OA}^2 - \overline{OM}^2$$



211 $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ 이므로

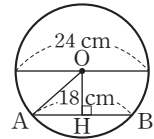
$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$$\overline{OA} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ (cm)}$$

$\triangle OAH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7} \text{ (cm)}$$



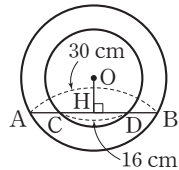
답 ②

212 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{AH} - \overline{CH} = 15 - 8 = 7 \text{ (cm)}$$



답 7 cm

213 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AM} = \overline{BM} = 3 \text{ (cm)}$$

$\angle AOM = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle AMO$ 에서

$$\overline{OA} = \frac{3}{\sin 60^\circ} = 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}\pi \text{ (cm)}$$

답 ②

214 원 위의 한 점 P에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PH}$ 가 원의 중심 O를 지날 때 $\overline{PH}$ 의 길이가 최대이므로 $\triangle ABP$ 의 넓이도 최대가 된다.

이때 $\overline{OH} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

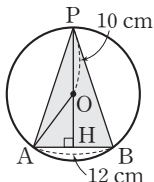
$\overline{OA}$ 를 그으면 $\triangle OAH$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{PH} = \overline{PO} + \overline{OH} = 10 + 8 = 18 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABP$ 의 넓이가 최대일 때, 그 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 12 \times 18 = 108 \text{ (cm}^2\text{)}$$



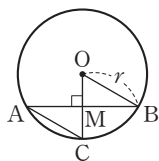
답 ③

유형 038 현의 수직이등분선 (2)

본책 50쪽

원 O에서 $\overline{OB} = \overline{OC} = r$ 이므로

- (1) $\overline{OM} = r - \overline{CM}$
- (2) $\overline{AM}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CM}^2$
- (3) $r^2 = \overline{MB}^2 + \overline{OM}^2$



215 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로

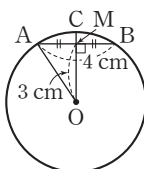
$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면 $\triangle AOM$ 에서

$$\overline{AO} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\sqrt{13}$ cm이다.

답 ①



216 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로

$$\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

... 1단계

이때 $\overline{MC} = a$ cm라 하면 $\overline{OM} : \overline{MC} = 4 : 1$ 이므로

$$\overline{OM} = 4a \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OM} + \overline{MC} = 4a + a = 5a \text{ (cm)} \quad \dots \text{2단계}$$

$\triangle MBO$ 에서

$$(5a)^2 = (4a)^2 + 6^2, \quad 9a^2 = 36$$

$$a^2 = 4 \quad \therefore a = 2 \text{ (} \because a > 0 \text{)}$$

... 3단계

$$\therefore \overline{OB} = 5 \times 2 = 10 \text{ (cm)}$$

... 4단계

답 10 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{BM}$ 의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{MC} = a$ cm로 놓고 $\overline{OM}$, $\overline{OB}$ 의 길이를 a 에 대한 식으로 나타내기	20 %
3	a 의 값 구하기	30 %
4	$\overline{OB}$ 의 길이 구하기	20 %

217 원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times (4 + 12) = 8 \text{ (cm)}$$

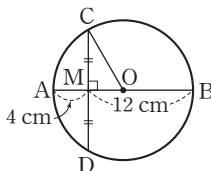
이때 $\overline{OM} = 8 - 4 = 4$ (cm)이므로 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면 $\triangle CMO$ 에서

$$\overline{CM} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} \perp \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{CD} = 2\overline{CM} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

답 $8\sqrt{3}$ cm

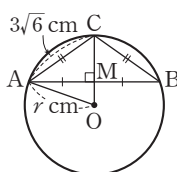


218 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 긋고

$\overline{OC}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 M이라 하면

$\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$



$\triangle AMC$ 에서

$$\overline{CM} = \sqrt{(3\sqrt{6})^2 - 6^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OM} = \overline{OC} - \overline{CM} = r - 3\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$\triangle AOM$ 에서

$$r^2 = 6^2 + (r - 3\sqrt{2})^2$$

$$6\sqrt{2}r = 54 \quad \therefore r = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \frac{9\sqrt{2}}{2} = 9\sqrt{2}\pi \text{ (cm)}$$

답 ④

219 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하면

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times (18 + 4) = 11 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times (6 + 12) = 9 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OM} = \overline{PN} = \overline{CN} - \overline{CP} = 9 - 6 = 3 \text{ (cm)}$$

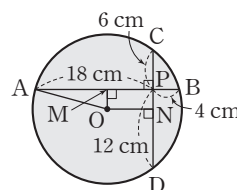
$\triangle AOM$ 에서

$$\overline{AO} = \sqrt{11^2 + 3^2} = \sqrt{130} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times (\sqrt{130})^2 = 130\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 130π cm²

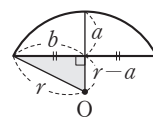


유형 039 현의 수직이등분선
: 원의 일부분이 주어진 경우

본책 51쪽

원의 일부분이 주어졌을 때, 원의 반지름의 길이는 다음과 같은 순서로 구한다.

- ① 원의 중심을 찾아 반지름의 길이를 r 로 놓는다.
- ② 반지름을 빗변으로 하는 직각삼각형에서 피타고라스 정리를 이용하여 식을 세운다.
 $\rightarrow r^2 = (r-a)^2 + b^2$



220 $\overline{CD}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로

$\overline{CD}$ 의 연장선은 이 원의 중심을 지난다.

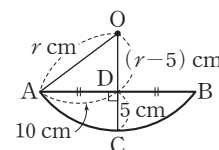
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OD} = \overline{OC} - \overline{CD} = r - 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle ADO$ 에서

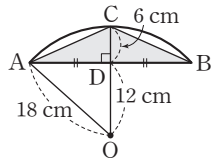
$$r^2 = (r-5)^2 + 10^2$$



$$10r = 125 \quad \therefore r = \frac{25}{2}$$

따라서 이 원의 반지름의 길이는 $\frac{25}{2}$ cm이다. 답 $\frac{25}{2}$ cm

221 $\overline{CD}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{CD}$ 의 연장선은 이 원의 중심을 지난다. 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면



$$\overline{OA} = 18 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OD} = \overline{OC} - \overline{CD} = 18 - 6 = 12 \text{ (cm)}$$

$\triangle AOD$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)} \quad \dots \text{ 1단계}$$

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AD} = 2 \times 6\sqrt{5} = 12\sqrt{5} \text{ (cm)}$ 이므로 ... 2단계

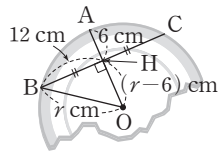
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12\sqrt{5} \times 6 = 36\sqrt{5} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots \text{ 3단계}$$

$$\text{답 } 36\sqrt{5} \text{ cm}^2$$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	60 %
2	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	20 %
3	$\triangle ABC$ 의 넓이 구하기	20 %

222 $\overline{AH}$ 가 $\overline{BC}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{AH}$ 의 연장선은 이 점시의 중심을 지난다.

오른쪽 그림과 같이 점시의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$$\overline{BO} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OH} = \overline{AO} - \overline{AH} = r - 6 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BH} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 24 = 12 \text{ (cm)}$ 이므로 $\triangle BOH$ 에서

$$r^2 = 12^2 + (r - 6)^2$$

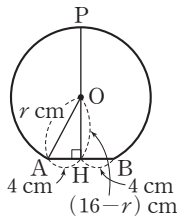
$$12r = 180 \quad \therefore r = 15$$

따라서 깨지기 전의 이 점시의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 15 = 30\pi \text{ (cm)} \quad \text{답 } 30\pi \text{ cm}$$

223 $\overline{PH}$ 가 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{PH}$ 는 이 원의 중심을 지난다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면



$$\overline{AO} = \overline{PO} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OH} = \overline{PH} - \overline{PO} = 16 - r \text{ (cm)}$$

$\triangle AHO$ 에서

$$r^2 = 4^2 + (16 - r)^2$$

$$32r = 272 \quad \therefore r = \frac{17}{2}$$

따라서 이 원의 지름의 길이는

$$2 \times \frac{17}{2} = 17 \text{ (cm)} \quad \text{답 } ②$$

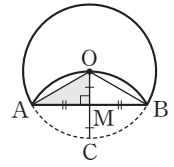
유형 040 현의 수직이등분선: 원이 접힌 경우 본책 52쪽

원주 위의 한 점이 원의 중심에 오도록 접었을 때, 다음이 성립한다.

$$(1) \overline{AM} = \overline{BM}$$

$$(2) \overline{OM} = \overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{OA}$$

$$(3) \overline{OA}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{OM}^2$$



224 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

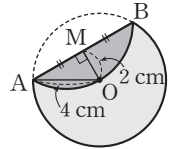
$$\overline{OA} = 4 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

$\triangle AOM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \text{답 } 4\sqrt{3} \text{ cm}$$



225 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 16\sqrt{3}$$

$$= 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA} = r \text{ (cm)}, \overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} r \text{ (cm)}$$

$$\triangle OAM \text{에서 } r^2 = \left(\frac{1}{2} r\right)^2 + (8\sqrt{3})^2$$

$$\frac{3}{4} r^2 = 192, \quad r^2 = 256$$

$$\therefore r = 16 \text{ (} \because r > 0 \text{)} \quad \dots \text{ 2단계}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 16 = 32\pi \text{ (cm)} \quad \dots \text{ 3단계}$$

$$\text{답 } 32\pi \text{ cm}$$

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AM}$ 의 길이 구하기	20 %
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	60 %
3	원 O의 둘레의 길이 구하기	20 %

226 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{OA} = 14 \text{ (cm)}$$

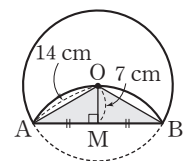
$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

$\triangle OAM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{14^2 - 7^2} = \sqrt{147} = 7\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 7\sqrt{3} = 14\sqrt{3} \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle ABO = \frac{1}{2} \times 14\sqrt{3} \times 7 = 49\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } ③$$



227 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{OA} = 18 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} \times 18 = 9 \text{ (cm)}$$

$\triangle AOM$ 에서

$$\overline{AM} = \sqrt{18^2 - 9^2} = \sqrt{243} = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle AOM$ 에서

$$\cos(\angle AOM) = \frac{\overline{OM}}{\overline{OA}} = \frac{9}{18} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle AOM = 60^\circ$$

마찬가지로 $\angle BOM = 60^\circ$ 이므로

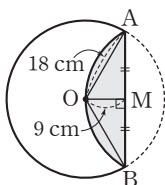
$$\angle AOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

이때 색칠한 부분의 넓이는 $\widehat{AB}$ 와 $\overline{AB}$ 로 둘러싸인 도형의 넓이와 같으므로

$$(\text{부채꼴 AOB의 넓이}) - (\triangle AOB \text{의 넓이})$$

$$= \pi \times 18^2 \times \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \times 18\sqrt{3} \times 9$$

$$= 108\pi - 81\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } (108\pi - 81\sqrt{3}) \text{ cm}^2$$



만점 공략 노트

$\triangle AOM$ 과 $\triangle BOM$ 에서

$$\angle OMA = \angle OMB = 90^\circ, \overline{OA} = \overline{OB}, \overline{OM} \text{은 공통}$$

이므로 $\triangle AOM \cong \triangle BOM$ (RHS 합동)

따라서 삼각형의 합동을 이용하여 $\angle BOM = \angle AOM = 60^\circ$ 임을 구할 수도 있다.

참고 $\triangle AOB$ 의 넓이는 다음과 같이 구할 수도 있다.

$$\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 \times \sin(180^\circ - 120^\circ) = 81\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

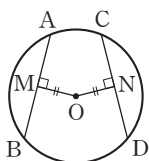
유형 041 현의 길이

본책 52쪽

원 O에서

$$(1) \overline{OM} = \overline{ON} \text{이면 } \overline{AB} = \overline{CD}$$

$$(2) \overline{AB} = \overline{CD} \text{ 이면 } \overline{OM} = \overline{ON}$$



228 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 8$ (cm)

$$\overline{ON} \perp \overline{CD} \text{ 이므로 } \overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle OCN$ 에서

$$\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)} \quad \text{답 } ②$$

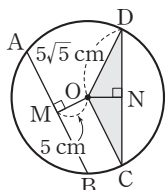
229 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 N이라 하면

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{ON} = \overline{OM} = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle OND$ 에서

$$\overline{DN} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - 5^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}$$



따라서 $\overline{CD} = 2\overline{DN} = 2 \times 10 = 20$ (cm)이므로

$$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times 20 \times 5 = 50 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 50 \text{ cm}^2$$

230 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{AB} = 12 \text{ (cm)}$$

$\overline{CD} \perp \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{DN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle OND$ 에서

$$\overline{OD} = \frac{6}{\cos 60^\circ} = 6 \div \frac{1}{2} = 12 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 12 = 24\pi \text{ (cm)} \quad \text{답 } 24\pi \text{ cm}$$

다른 풀이 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 12$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면 $\triangle OCD$ 에

서 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 이므로

$$\angle OCD = \angle ODC = 60^\circ$$

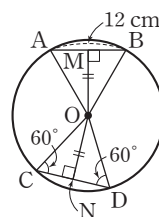
$$\therefore \angle COD = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\triangle OCD$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{OD} = \overline{CD} = 12 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 12 = 24\pi \text{ (cm)}$$



231 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$ 를 그으면 $\triangle OCN$ 에서

$$\cos(\angle CON) = \frac{\overline{NO}}{\overline{CO}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \angle CON = 60^\circ$$

마찬가지로 $\angle AOM = 60^\circ$ 이므로

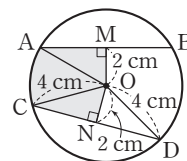
$$\angle AOC = 165^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 45^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$2 \times (\triangle OCN \text{의 넓이}) + (\text{부채꼴 AOC의 넓이})$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \sin 60^\circ \right) + \pi \times 4^2 \times \frac{45}{360}$$

$$= 4\sqrt{3} + 2\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } (4\sqrt{3} + 2\pi) \text{ cm}^2$$



228 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{CD} = \overline{AB} = 8$ (cm)

$$\overline{ON} \perp \overline{CD} \text{ 이므로 } \overline{CN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle OCN$ 에서

$$\overline{OC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)} \quad \text{답 } ②$$

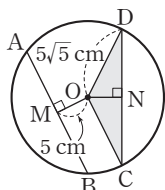
229 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 N이라 하면

$$\overline{AB} = \overline{CD} \text{ 이므로}$$

$$\overline{ON} = \overline{OM} = 5 \text{ (cm)}$$

$\triangle OND$ 에서

$$\overline{DN} = \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - 5^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}$$



유형 042 현의 길이; 삼각형이 주어진 경우

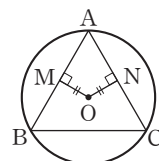
본책 53쪽

(1) 원 O에서 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이면

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{AC}$$

$$\rightarrow \triangle ABC \text{는 이등변삼각형}$$

$$\rightarrow \angle ABC = \angle ACB$$

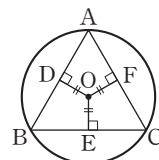


(2) 원 O에서 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이면

$$\rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

$$\rightarrow \triangle ABC \text{는 정삼각형}$$

$$\rightarrow \angle BAC = \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$$



232 □OMCN에서

$$\angle MCN = 360^\circ - (90^\circ + 106^\circ + 90^\circ) = 74^\circ$$

$$\overline{OM} = \overline{ON} \text{이므로 } \overline{BC} = \overline{CA}$$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$$

답 53°

233 ㄱ. $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

즉 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

ㄴ. ㄱ에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{BC} = \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 9 = 18 \text{ (cm)}$$

ㄷ. $\triangle BCN$ 에서

$$\overline{BN} = 18 \sin 60^\circ = 18 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{르. } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 18 \times 9\sqrt{3} = 81\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

답 ②

234 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

즉 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

... 1단계

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$$\triangle ADO \equiv \triangle AFO \text{ (RHS 합동)}$$

이때 $\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle DAO &= \frac{1}{2} \angle BAC \\ &= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

한편 $\overline{OD} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle ADO$ 에서

$$\overline{OA} = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

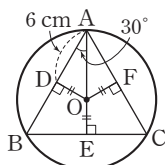
... 2단계

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\pi \text{ (cm)}$$

... 3단계

답 $8\sqrt{3}\pi$ cm



단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ABC$ 가 정삼각형임을 알기	30%
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	50%
3	원 O의 둘레의 길이 구하기	20%

다른 풀이 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{BE} = \frac{1}{2} \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABE$ 에서

$$\overline{AE} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이므로

$$\overline{OA} = \frac{2}{3} \overline{AE} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3}\pi \text{ (cm)}$$

235 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM}$

$$\overline{AC} \perp \overline{ON} \text{이므로 } \overline{AN} = \overline{CN}$$

$\triangle ABC$ 에서 두 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로

$$\overline{BC} = 2\overline{MN} = 2 \times 5 = 10 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{AC} = 2\overline{AM} = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC} = 8 + 10 + 8 = 26 \text{ (cm)}$$

답 26 cm

유형 043 원의 접선과 반지름

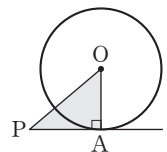
본책 54쪽

원 O 밖의 한 점 P에서 이 원에 그은 접선

의 접점을 A라 할 때

$$(1) \angle PAO = 90^\circ$$

$$(2) \overline{PO}^2 = \overline{PA}^2 + \overline{OA}^2$$



236 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를

그으면

$$\angle OAP = 90^\circ$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OQ} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OP} = r + 4 \text{ (cm)}$$

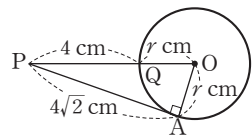
$\triangle OPA$ 에서

$$(r + 4)^2 = r^2 + (4\sqrt{2})^2$$

$$8r = 16 \quad \therefore r = 2$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다.

답 2 cm



237 $\angle OAP = 90^\circ$ 이고 $\triangle APO$ 의 넓이가 24 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times 12 \times \overline{OA} = 24 \quad \therefore \overline{OA} = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ②

238 원 O의 반지름의 길이를 r cm

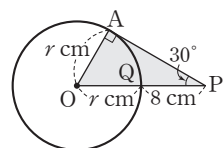
라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OQ} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OP} = r + 8 \text{ (cm)}$$

$\angle OAP = 90^\circ$ 이므로 $\triangle AOP$ 에서

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{OA}}{\overline{OP}}, \quad \frac{1}{2} = \frac{r}{r + 8}$$



$2r=r+8 \quad \therefore r=8$
 $\therefore \overline{OP}=8+8=16 \text{ (cm)}, \overline{OA}=8 \text{ (cm)}$
 이때 $\angle AOP=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle AOP &= \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 8 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 32\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

답 $32\sqrt{3} \text{ cm}^2$

유형 044 원의 접선과 반지름
: 중심이 같은 원이 주어진 경우

본책 54쪽

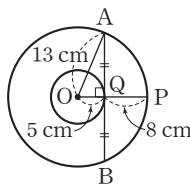
중심이 O로 같고 반지름의 길이가 다른 두 원에서 큰 원의 현 AB가 작은 원의 접선이고 점 H가 그 접점일 때



- (1) $\overline{OH} \perp \overline{AB}$
- (2) $\overline{AH} = \overline{BH}$
- (3) $\overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2$

239 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

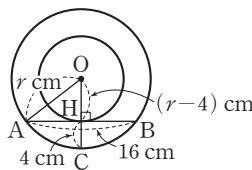
$$\begin{aligned}\overline{OA} &= \overline{OP} = 5 + 8 = 13 \text{ (cm)} \\ \overline{OQ} &\perp \overline{AB} \text{ 이므로 } \triangle AOQ \text{ 에서} \\ \overline{AQ} &= \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)} \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AQ} = 2 \times 12 = 24 \text{ (cm)}\end{aligned}$$



답 24 cm

240 $\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= \frac{1}{2} \overline{AB} \\ &= \frac{1}{2} \times 16 \\ &= 8 \text{ (cm)}\end{aligned}$$



큰 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\begin{aligned}\overline{OA} &= \overline{OC} = r \text{ (cm)} \\ \overline{OH} &= r - 4 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

$\triangle AHO$ 에서

$$r^2 = 8^2 + (r-4)^2$$

$$8r = 80 \quad \therefore r = 10$$

... (2단계)

따라서 큰 원의 둘레의 길이는

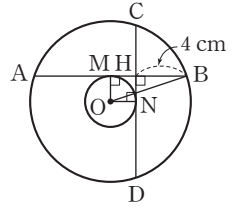
$$2\pi \times 10 = 20\pi \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 $20\pi \text{ cm}$

단계	채점 요소	비율
1	AH의 길이 구하기	30 %
2	큰 원의 반지름의 길이 구하기	50 %
3	큰 원의 둘레의 길이 구하기	20 %

241 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 M, N이라 하고 작은 원의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면



$$\overline{OM} = \overline{ON} = \overline{MH} = \overline{NH} = r \text{ (cm)}$$

$$\overline{MB} = r + 4 \text{ (cm)}$$

$\overline{OB}$ 를 그으면 $\triangle OBM$ 에서

$$(2\sqrt{10})^2 = r^2 + (r+4)^2, \quad r^2 + 4r - 12 = 0$$

$$(r+6)(r-2) = 0 \quad \therefore r = 2 \text{ (} \because r > 0 \text{)}$$

이때 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$

$$\therefore \overline{DN} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \overline{MB} = 2 + 4 = 6 \text{ (cm)}$$

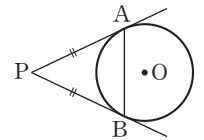
$$\therefore \overline{DH} = \overline{DN} + \overline{NH} = 6 + 2 = 8 \text{ (cm)}$$

답 ③

유형 045 원의 접선의 성질 (1)

본책 55쪽

원 O 밖의 한 점 P에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 A, B라 하면



$$\rightarrow \overline{PA} = \overline{PB}$$

$$\rightarrow \triangle APB \text{ 는 이등변삼각형}$$

$$\rightarrow \angle PAB = \angle PBA$$

242 $\angle PBC = 90^\circ$ 이므로

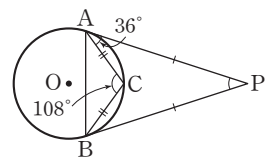
$$\angle PBA = 90^\circ - 21^\circ = 69^\circ$$

이때 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\triangle APB$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle APB = 180^\circ - 2 \times 69^\circ = 42^\circ$$

답 42°

243 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로



$$\angle CAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 108^\circ)$$

$$= 36^\circ$$

$$\therefore \angle PAB = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

이때 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 에서 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle APB = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$$

답 ④

244 $\overline{AP} = \overline{PQ}$, $\overline{PQ} = \overline{PB}$ 이므로

$$\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{PB}$$

즉 $\triangle AQP$, $\triangle PQB$ 는 모두 이등변삼각형이다.

... (1단계)

$$\angle PQB = \angle PBQ = 48^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle APQ = 48^\circ + 48^\circ = 96^\circ$$

$\triangle AQP$ 에서

$$\angle PAQ = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 96^\circ) = 42^\circ$$

... (2단계)

이때 $\angle PAO = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OAQ = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$$

... (3단계)

답 48°

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle AQP, \triangle PQB$ 가 이등변삼각형임을 알기	40%
2	$\angle PAQ$ 의 크기 구하기	40%
3	$\angle OAQ$ 의 크기 구하기	20%

245 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAP = \angle ABP = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\triangle ABP$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{AP} = 12 \text{ (cm)}$$

$\overline{OH} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

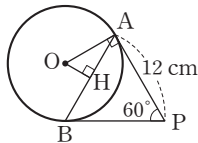
$\angle OAP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle OAH = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

따라서 $\triangle OHA$ 에서

$$\overline{OH} = 6 \tan 30^\circ$$

$$= 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$



답 ②

유형 046 원의 접선의 성질 (2)

본책 55쪽

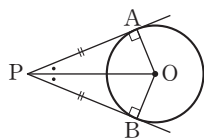
원 O 밖의 한 점 P에서 이 원에 그은

두 접선의 접점을 각각 A, B라 하면

→ $\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS 합동)

→ $\angle APO = \angle BPO$

→ $\overline{PA}^2 = \overline{PO}^2 - \overline{OA}^2 = \overline{PO}^2 - \overline{OB}^2$



246 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$\triangle APO$ 에서

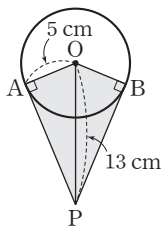
$$\overline{AP} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

이때 $\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS 합동)이므로

$$\square APBO = 2\triangle APO$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 5 \right)$$

$$= 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$



답 ①

247 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle APB = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 90^\circ$$

이때 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\square AOBP$ 는 정사각형이다.

∴ $\overline{OA} = \overline{AP} = 4 \text{ (cm)}$

∴ $\triangle AOP$ 에서

$$\overline{OP} = \sqrt{4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \widehat{AB} = 2\pi \times 4 \times \frac{90}{360} = 2\pi \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square AOBP = 4 \times 4 = 16 \text{ (cm}^2\text{)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다.

답 ㄱ, ㄷ, ㄹ

248 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$ 를 그으면 $\triangle APO$

에서

$$\overline{PO} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}$$

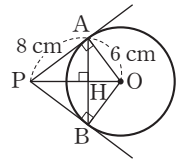
$\overline{PO}$ 와 $\overline{AB}$ 의 교점을 H라 하면 $\overline{PO} \perp \overline{AH}$ 이

므로 $\overline{AP} \times \overline{AO} = \overline{PO} \times \overline{AH}$ 에서

$$8 \times 6 = 10 \times \overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AH} = 2 \times \frac{24}{5} = \frac{48}{5} \text{ (cm)}$$

$$\text{답 } \frac{48}{5} \text{ cm}$$



249 오른쪽 그림과 같이 거울의 중심을 O,

두 접점을 각각 A, B라 하면

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

이때 $\triangle APO \equiv \triangle BPO$ (RHS 합동)이므로

$$\angle APO = \angle BPO = \frac{1}{2} \angle APB$$

$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle PAO$ 에서

$$\overline{PA} = \frac{18}{\tan 30^\circ} = 18 \div \frac{\sqrt{3}}{3} = 18\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{PB} = \overline{PA} = 18\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

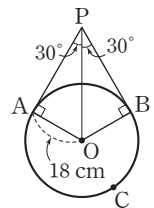
$\angle AOB = 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$ 이므로 위의 그림과 같이 점 C를 잡으면 $\widehat{ACB}$ 에 대한 중심각의 크기는

$$360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

따라서 전체 가죽띠의 길이는

$$2 \times 18\sqrt{3} + 2\pi \times 18 \times \frac{240}{360} = 36\sqrt{3} + 24\pi \text{ (cm)}$$

$$\text{답 } (36\sqrt{3} + 24\pi) \text{ cm}$$



유형 047 원의 접선의 성질의 응용

본책 56쪽

$\overline{AD}, \overline{AE}, \overline{BC}$ 가 원 O의 접선이고 세

점 D, E, F가 각각 그 접점일 때

(1) $\overline{BF} = \overline{BD}, \overline{CF} = \overline{CE}$

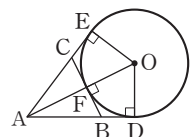
(2) ($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)

$$= \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= \overline{AB} + (\overline{BF} + \overline{CF}) + \overline{AC}$$

$$= (\overline{AB} + \overline{BD}) + (\overline{CE} + \overline{AC})$$

$$= \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AD}$$



250 $\overline{BD} = \overline{BF}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

$$= 10 + 7 + 9 = 26 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로

$$\overline{AD} = \frac{1}{2} \times 26 = 13 \text{ (cm)}$$

답 ③

다른 풀이 $\overline{BD} = x$ cm라 하면 $\overline{AD} = 10 + x$ (cm)

$\overline{BF} = \overline{BD} = x$ (cm)이므로

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - x$$
 (cm)

$$\therefore \overline{AE} = 9 + (7 - x) = 16 - x$$
 (cm)

이때 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 이므로 $10 + x = 16 - x$

$$2x = 6 \quad \therefore x = 3$$

즉 $\overline{BD} = 3$ (cm)이므로

$$\overline{AD} = 10 + 3 = 13$$
 (cm)

251 $\overline{BF} = \overline{BD} = 2$ (cm)이므로

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 6 - 2 = 4$$
 (cm)

이때 $\overline{AE} = \overline{AD} = 2 + 9 = 11$ (cm)이므로

$$\overline{AC} = 11 - 4 = 7$$
 (cm)

답 7 cm

다른 풀이 $\overline{AE} = \overline{AD} = 11$ (cm)

$\overline{AD} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 이므로

$$11 + 11 = 9 + 6 + \overline{CA}$$

$$\therefore \overline{CA} = 7$$
 (cm)

252 $\angle ODA = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ADO$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{8^2 - 6^2} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$
 (cm)

... 1단계

이때 $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AD}$$

$$= 2 \times 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$$
 (cm)

... 2단계

답 $4\sqrt{7}$ cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	30 %
2	$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이 구하기	70 %

253 $\overline{BF} = \overline{BD} = 9 - 6 = 3$ (km)

$\overline{AE} = \overline{AD} = 9$ (km)이므로

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 9 - 7 = 2$$
 (km)

$$\therefore \overline{BC} = \overline{BF} + \overline{CF} = 3 + 2 = 5$$
 (km)

답 5 km

다른 풀이 $\overline{AE} = \overline{AD} = 9$ (km)

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AD} + \overline{AE}$ 이므로

$$6 + \overline{BC} + 7 = 9 + 9$$

$$\therefore \overline{BC} = 5$$
 (km)

254 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$ 를 그으면

$\triangle OAD \cong \triangle OAE$ (RHS 합동)이므로

$$\angle DOA = \angle EOA = \frac{1}{2} \angle DOE$$

$$= \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$\triangle ADO$ 에서

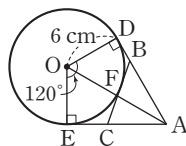
$$\overline{AD} = 6 \tan 60^\circ = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$
 (cm)

이때 $\overline{BF} = \overline{BD}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AD} + \overline{AE} = 2\overline{AD}$$

$$= 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$$
 (cm)

답 $12\sqrt{3}$ cm



유형 048 반원에서의 접선

본책 57쪽

$\overline{AB}$, $\overline{DC}$, $\overline{AD}$ 가 반원 O의 접선이고 세

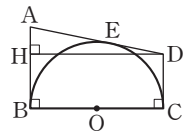
점 B, C, E가 각각 그 접점일 때

$$(1) \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = \overline{AB} + \overline{DC}$$

(2) 점 D에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H

라 하면

$$\overline{BC} = \overline{HD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{AH}^2}$$



255 오른쪽 그림과 같이 점 C

에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 H라

하면

$$\overline{AH} = \overline{BC} = 8$$
 (cm)

$$\therefore \overline{DH} = 12 - 8 = 4$$
 (cm)

이때 $\overline{DE} = \overline{DA} = 12$ (cm), $\overline{CE} = \overline{CB} = 8$ (cm)이므로

$$\overline{CD} = \overline{CE} + \overline{DE} = 8 + 12 = 20$$
 (cm)

$\triangle DHC$ 에서

$$\overline{CH} = \sqrt{20^2 - 4^2} = \sqrt{384} = 8\sqrt{6}$$
 (cm)

$$\therefore \overline{AB} = \overline{CH} = 8\sqrt{6}$$
 (cm)

답 ④

256 $\overline{DA} = \overline{DP}$, $\overline{CB} = \overline{CP}$ 이므로

$$\overline{DA} + \overline{CB} = \overline{DP} + \overline{CP} = \overline{CD} = 15$$
 (cm)

$\overline{AB} = 2\overline{AO} = 2 \times 6 = 12$ (cm)이므로

$$\square ABCD = \frac{1}{2} \times (\overline{DA} + \overline{CB}) \times \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 15 \times 12$$

$$= 90$$
 (cm²)

답 ⑤

257 오른쪽 그림과 같이 점 D에

서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{AD} = x$ cm라 하면

$\overline{BH} = \overline{AD} = x$ (cm)이므로

$$\overline{CH} = 10 - x$$
 (cm)

$\overline{DP} = \overline{DA} = x$ (cm), $\overline{CP} = \overline{CB} = 10$ (cm)이므로

$$\overline{CD} = \overline{CP} + \overline{DP} = x + 10$$
 (cm)

이때 $\overline{DH} = \overline{AB} = 2\overline{AO} = 2 \times 2\sqrt{15} = 4\sqrt{15}$ (cm)이므로

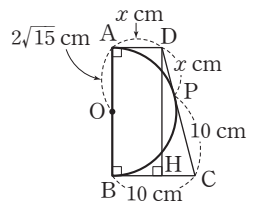
$\triangle DHC$ 에서

$$(x + 10)^2 = (4\sqrt{15})^2 + (10 - x)^2$$

$$40x = 240 \quad \therefore x = 6$$

$$\therefore \overline{AD} = 6$$
 (cm)

답 6 cm



258 오른쪽 그림과 같이 점 A에

서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{CH} = \overline{AB} = 4$$
 (cm)

$$\therefore \overline{DH} = 10 - 4$$

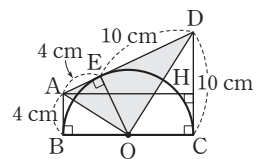
$$= 6$$
 (cm)

... 1단계

이때 $\overline{AE} = \overline{AB} = 4$ (cm), $\overline{DE} = \overline{DC} = 10$ (cm)이므로

$$\overline{AD} = \overline{AE} + \overline{DE} = 4 + 10 = 14$$
 (cm)

... 2단계



△AHD에서

$$\overline{AH} = \sqrt{14^2 - 6^2} = \sqrt{160} = 4\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

즉 $\overline{BC} = \overline{AH} = 4\sqrt{10}$ (cm)이므로 반원 O의 반지름의 길이는 $2\sqrt{10}$ cm이다. ... (3단계)

따라서 $\overline{OE}$ 를 그으면 $\overline{OE} \perp \overline{AD}$ 이고 $\overline{OE} = 2\sqrt{10}$ (cm)이므로

$$\begin{aligned} \triangle AOD &= \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times \overline{OE} \\ &= \frac{1}{2} \times 14 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned} \quad \dots \text{(4단계)}$$

답 $14\sqrt{10} \text{ cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	DH의 길이 구하기	20 %
2	AD의 길이 구하기	30 %
3	반원 O의 반지름의 길이 구하기	20 %
4	△AOD의 넓이 구하기	30 %

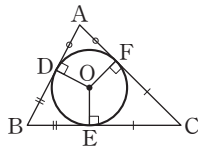
유형 049 삼각형의 내접원

본책 58쪽

원 O가 △ABC의 내접원이고 세 점

D, E, F가 접점일 때

$$\begin{aligned} \rightarrow \overline{AD} &= \overline{AF}, \overline{BD} = \overline{BE}, \\ \overline{CE} &= \overline{CF} \end{aligned}$$



259 $\overline{AF} = \overline{AD}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 △ABC의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= 2(\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}) \\ &= 2(4 + 3 + 6) \\ &= 26 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad \text{답 26 cm}$$

260 $\overline{CE} = \overline{CF} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 15 - x \text{ (cm)}, \overline{BD} = \overline{BE} = 18 - x \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$ 이므로

$$\begin{aligned} 11 &= (15 - x) + (18 - x) \\ 2x &= 22 \quad \therefore x = 11 \\ \therefore \overline{CE} &= 11 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad \text{답 ④}$$

261 △ABC에서

$$\angle C = 180^\circ - (45^\circ + 65^\circ) = 70^\circ$$

이때 △CFE는 $\overline{CE} = \overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \quad \text{답 ②}$$

262 원 O의 반지름의 길이가 6 cm이고 △ABC의 넓이가 192 cm^2 이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \times 6 \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) &= 192 \\ \therefore \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= 64 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad \dots \text{(1단계)}$$

이때 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} &= \frac{1}{2} (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \\ &= \frac{1}{2} \times 64 = 32 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad \dots \text{(2단계)}$$

답 32 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$ 의 길이 구하기	40 %
2	$\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF}$ 의 길이 구하기	60 %

263 $\overline{CE} = \overline{CF} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 10 - x \text{ (cm)}, \overline{BD} = \overline{BE} = 12 - x \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$ 이므로

$$14 = (10 - x) + (12 - x)$$

$$2x = 8 \quad \therefore x = 4$$

따라서 △CPQ의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned} \overline{CP} + \overline{PQ} + \overline{QC} &= \overline{CF} + \overline{CE} \\ &= 2\overline{CE} = 2 \times 4 = 8 \text{ (cm)} \end{aligned} \quad \text{답 ③}$$

264 오른쪽 그림과 같이 접

점을 각각 G, H, I, J, K, L, M, N, P라 하자.

$\overline{AK} = x$ cm라 하면

$$\begin{aligned} \overline{AL} &= \overline{AM} = \overline{AN} = \overline{AP} \\ &= x \text{ (cm)} \end{aligned}$$

$\overline{BG} = \overline{BK} = 30 - x$ (cm)이므로

$$\overline{CH} = \overline{CL} = \overline{CG} = 22 - (30 - x) = x - 8 \text{ (cm)}$$

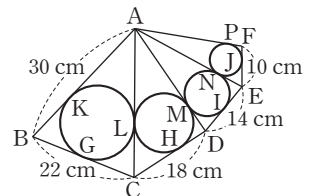
$\overline{DI} = \overline{DM} = \overline{DH} = 18 - (x - 8) = 26 - x$ (cm)이므로

$$\overline{EJ} = \overline{EN} = \overline{EI} = 14 - (26 - x) = x - 12 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{FP} = \overline{FJ} = 10 - (x - 12) = 22 - x \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AF} = \overline{AP} + \overline{FP} = x + (22 - x) = 22 \text{ (cm)}$$

답 22 cm



유형 050 직각삼각형의 내접원

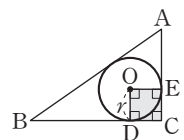
본책 59쪽

∠C = 90°인 직각삼각형 ABC의 내접

원 O와 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$ 의 접점을 각각 D, E라

하면 □ODCE는 한 변의 길이가 r인 정사각형이다.

$$\rightarrow \overline{CD} = \overline{CE} = \overline{OD} = r$$



265 $\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$ 를 그으

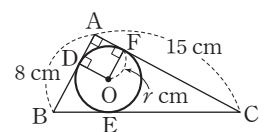
면 □ADOF는 정사각형이므로 원

O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{AD} = \overline{AF} = r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{BD} = 8 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 15 - r \text{ (cm)}$$



$$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} \text{이므로}$$

$$17 = (8-r) + (15-r)$$

$$2r = 6 \quad \therefore r = 3$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이다.

답 3 cm

다른 풀이 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 15 = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$

이때 $\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17 \text{ (cm)}$ 이므로 원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (8 + 15 + 17) = 60$$

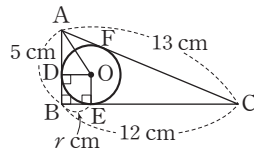
$$\therefore r = 3$$

266 $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OE}$ 를 그

으면 $\square DBEO$ 는 정사각형이므로

원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면



$$\overline{BD} = \overline{BE} = r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AF} = \overline{AD} = 5 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 12 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} \text{이므로}$$

$$13 = (5-r) + (12-r)$$

$$2r = 4 \quad \therefore r = 2$$

따라서 $\overline{AD} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$, $\overline{OD} = 2 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle ADO$ 에서

$$\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ (cm)}$$

답 ②

다른 풀이 $\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30 \text{ (cm}^2\text{)}$$

원 O의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (5 + 12 + 13) = 30$$

$$\therefore r = 2$$

따라서 $\overline{AD} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$, $\overline{OD} = 2 \text{ cm}$ 이므로 $\triangle ADO$ 에서

$$\overline{AO} = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13} \text{ (cm)}$$

267 $\overline{DC} = \overline{AB} = 9 \text{ (cm)}$, $\overline{EC} = \overline{BC} = 15 \text{ (cm)}$ 이므로

$\triangle CDE$ 에서

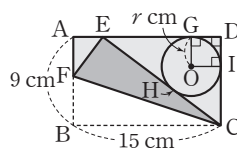
$$\overline{DE} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12 \text{ (cm)}$$

... 1단계

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OG}$, $\overline{OI}$ 를 그

으면 $\square OIDG$ 는 정사각형이므로 원 O

의 반지름의 길이를 $r \text{ cm}$ 라 하면



$$\overline{DG} = \overline{DI} = r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{EH} = \overline{EG} = 12 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = \overline{CI} = 9 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{EC} = \overline{EH} + \overline{CH} \text{이므로}$$

$$15 = (12-r) + (9-r)$$

$$2r = 6 \quad \therefore r = 3$$

... 2단계

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 3 = 6\pi \text{ (cm)}$$

... 3단계

답 6π cm

단계	채점 요소	비율
1	$\overline{DC}$, $\overline{EC}$, $\overline{DE}$ 의 길이 구하기	30 %
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	50 %
3	원 O의 둘레의 길이 구하기	20 %

268 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 42 cm이므로

$$\overline{AB} + \overline{BC} = 21 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 G,

H라 하면

$$\overline{BG} = \overline{BH} = 3 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AE} = \overline{AG} = x \text{ (cm)}$ 라 하면

$$\overline{CE} = \overline{CH} = \overline{AB} + \overline{BC} - (\overline{AG} + \overline{GB} + \overline{BH})$$

$$= 21 - (x + 3 + 3) = 15 - x \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AC} = x + (15 - x) = 15 \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} = x + 3 \text{ (cm)}$, $\overline{BC} = 3 + (15 - x) = 18 - x \text{ (cm)}$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서

$$(x+3)^2 + (18-x)^2 = 15^2$$

$$x^2 - 15x + 54 = 0, \quad (x-6)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 6 \left(\because x < \frac{15}{2} \right)$$

마찬가지로 $\overline{CF} = 6 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{EF} = 15 - (6 + 6) = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square EOFO' = 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \right) = 9 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 9 cm²

참고 $\overline{AE} < \overline{EC}$ 이므로 $x < 15 - x \quad \therefore x < \frac{15}{2}$

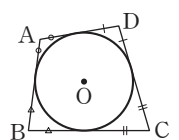
유형 051 원에 외접하는 사각형의 성질 (1)

본책 59쪽

원 O에 외접하는 사각형 ABCD에서 두

쌍의 대변의 길이의 합은 같다.

$$\rightarrow \overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$



269 $\overline{DG} = \overline{DH} = 3 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{DG} + \overline{CG} = 3 + 5 = 8 \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 2(\overline{AB} + \overline{CD})$$

$$= 2(11 + 8) = 38 \text{ (cm)}$$

답 38 cm

270 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이고 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 26 cm이므로

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 26 = 13 \text{ (cm)}$$

따라서 $x + 6 = 13$, $4 + y = 13$ 이므로

$$x = 7, y = 9$$

$$\therefore xy = 7 \times 9 = 63$$

답 63

271 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC} = 4 + 8 = 12$ (cm)

그런데 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \frac{1}{2} \times (8 - 4) = 2 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABH$ 에서

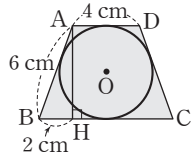
$$\overline{AH} = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AH}$$

$$= \frac{1}{2} \times (4 + 8) \times 4\sqrt{2}$$

$$= 24\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ③



272 $\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{AD} + \overline{BC} = 14 + 8 = 22 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 를 긋고 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G, H라 하면

$$\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square ABCD$$

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 14 \times 5 + \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 5 + \frac{1}{2} \times 8 \times 5 + \frac{1}{2} \times \overline{AD} \times 5$$

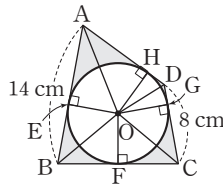
$$= 55 + \frac{5}{2} \times (\overline{BC} + \overline{AD})$$

$$= 55 + \frac{5}{2} \times 22 = 110 \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$110 - \pi \times 5^2 = 110 - 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 $(110 - 25\pi) \text{ cm}^2$

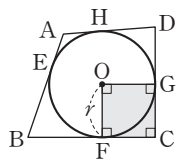


유형 052 원에 외접하는 사각형의 성질 (2)

본책 60쪽

원 O에 외접하는 사각형 ABCD에서 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, $\square OFCG$ 는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이다.

$$\rightarrow \overline{CF} = \overline{CG} = \overline{OF} = r$$



273 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OF}$ 를 그으면

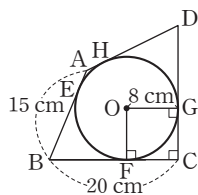
$\square OFCG$ 는 정사각형이므로

$$\overline{CF} = \overline{OG} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BE} = \overline{BF} = 20 - 8 = 12 \text{ (cm)이므로}$$

$$\overline{AH} = \overline{AE} = 15 - 12 = 3 \text{ (cm)}$$

답 3 cm



274 원의 지름의 길이가 $6 \times 2 = 12$ (cm)이므로

$$\overline{CD} = 12 \text{ cm}$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{BC}$$
이므로

$$\overline{AD} + \overline{BC} = 15 + 12 = 27 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{CD}$$

$$= \frac{1}{2} \times 27 \times 12$$

$$= 162 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 162 cm^2

275 오른쪽 그림과 같이 $\overline{HF}$, $\overline{EO}$

를 그으면

$$\overline{BF} = \overline{BE} = \overline{AE} = \overline{AH}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6$$

$$= 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CG} = \overline{CF} = 9 - 3 = 6 \text{ (cm)}$$

... 1단계

점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I라 하고 $\overline{DG} = \overline{DH} = x$ (cm)라 하면

$$\overline{IF} = \overline{DH} = x \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{CI} = 6 - x \text{ (cm)}$$

$$\triangle CDI \text{에서 } (x + 6)^2 = (6 - x)^2 + 6^2$$

$$24x = 36 \quad \therefore x = \frac{3}{2}$$

$$\therefore \overline{AD} = 3 + \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

... 2단계

따라서 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이는

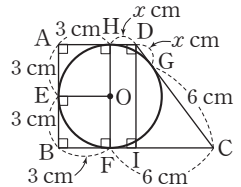
$$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{DA} = 2(\overline{AD} + \overline{BC})$$

$$= 2 \times \left(\frac{9}{2} + 9 \right)$$

$$= 27 \text{ (cm)}$$

... 3단계

답 27 cm



단계	채점 요소	비율
1	$\overline{CG}$, $\overline{CF}$ 의 길이 구하기	30 %
2	$\overline{AD}$ 의 길이 구하기	40 %
3	$\square ABCD$ 의 둘레의 길이 구하기	30 %

유형 053 원에 외접하는 사각형의 응용

본책 60쪽

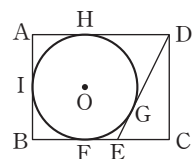
원 O가 직사각형 ABCD의 세 변 및 $\overline{DE}$ 와 접하고 네 점 F, G, H, I가 접점일 때

$$(1) \overline{DH} = \overline{DG}, \overline{EF} = \overline{EG} \text{이므로}$$

$$\overline{DE} = \overline{DH} + \overline{EF}$$

$$(2) \overline{AB} + \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{BE}$$

$$(3) \overline{DE}^2 = \overline{CE}^2 + \overline{CD}^2$$



276 △DEC에서

$$\overline{CE} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ (cm)}$$

$\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라 하면

$$\overline{AD} = \overline{BC} = x + 9 \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} + \overline{DE} = \overline{AD} + \overline{BE}$ 이므로

$$12 + 15 = (x + 9) + x$$

$$2x = 18 \quad \therefore x = 9$$

$$\therefore \overline{BE} = 9 \text{ (cm)}$$

답 ③

277 오른쪽 그림과 같이 $\overline{HF}$ 를
그으면

$$\overline{DH} = \overline{DG} = \overline{CG} = \overline{CF}$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BI} = \overline{BF} = 6 - 2 = 4 \text{ (cm)}$$

$\overline{EH} = \overline{EI} = x \text{ (cm)}$ 라 하면

$$\overline{BE} = x + 4 \text{ (cm)}, \overline{AE} = 4 - x \text{ (cm)}$$

△ABE에서

$$(x + 4)^2 = (4 - x)^2 + 4^2$$

$$16x = 16 \quad \therefore x = 1$$

$$\therefore \overline{EH} = 1 \text{ (cm)}$$

답 1 cm

다른 풀이 $\overline{BE} = x \text{ cm}$ 라 하면 □EBCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{BE} + \overline{CD} = \overline{DE} + \overline{BC}$ 에서

$$x + 4 = \overline{DE} + 6 \quad \therefore \overline{DE} = x - 2 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AE} = 6 - (x - 2) = 8 - x \text{ (cm)}$$

△ABE에서

$$(8 - x)^2 + 4^2 = x^2$$

$$16x = 80 \quad \therefore x = 5$$

$$\therefore \overline{DE} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{DH} = \overline{DG} = \overline{CG} = \overline{CF} = \frac{1}{2} \times 4 = 2 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{EH} = 3 - 2 = 1 \text{ (cm)}$$

278 오른쪽 그림과 같이 $\overline{FH}$ 를
그으면

$$\overline{AF} = \overline{AG} = \overline{BG} = \overline{BH}$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{DI} = \overline{DF} = 14 - 6 = 8 \text{ (cm)}$$

$\overline{EI} = \overline{EH} = x \text{ (cm)}$ 라 하면

$$\overline{DE} = x + 8 \text{ (cm)}, \overline{CE} = 8 - x \text{ (cm)}$$

△DEC에서

$$(x + 8)^2 = (8 - x)^2 + 12^2$$

$$32x = 144 \quad \therefore x = \frac{9}{2}$$

따라서 $\overline{CE} = 8 - \frac{9}{2} = \frac{7}{2} \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle DEC = \frac{1}{2} \times \frac{7}{2} \times 12 = 21 \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 21 cm²

279 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그
으면

$$\overline{BE} = \overline{AB} = 8 \text{ (cm)}$$

△BCE에서

$$\overline{CE} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AF} = \overline{EF} = x \text{ (cm)}$ 라 하면

$$\overline{CF} = x + 6 \text{ (cm)}, \overline{DF} = 10 - x \text{ (cm)}$$

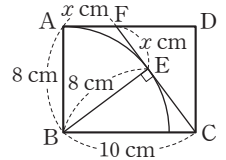
△CDF에서

$$(x + 6)^2 = 8^2 + (10 - x)^2$$

$$32x = 128 \quad \therefore x = 4$$

$$\therefore \overline{AF} = 4 \text{ (cm)}$$

답 4 cm



유형 054 접하는 원에서의 응용

본책 61쪽

직사각형 ABCD의 변에 접하면서

동시에 서로 외접하는 두 원 O, O'의

반지름의 길이가 각각 r, r' (r > r')

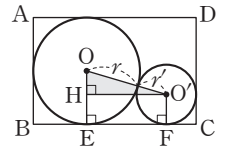
일 때

$$(1) \overline{OO'} = r + r'$$

$$(2) \overline{OH} = \overline{OE} - \overline{HE} = \overline{OE} - \overline{O'F} = r - r'$$

$$(3) \overline{O'H} = \overline{AD} - (r + r')$$

$$(4) \overline{OO'}^2 = \overline{HO'}^2 + \overline{OH}^2$$



280 원 P의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \times 16 = 8 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 긋고 반원

Q의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{PQ} = r + 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OQ} = 16 - r \text{ (cm)}$$

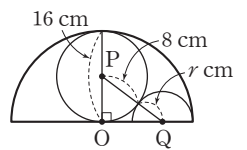
△POQ에서

$$(8 + r)^2 = 8^2 + (16 - r)^2$$

$$48r = 256 \quad \therefore r = \frac{16}{3}$$

따라서 반원 Q의 반지름의 길이는 $\frac{16}{3} \text{ cm}$ 이다.

답 $\frac{16}{3} \text{ cm}$



281 오른쪽 그림과 같이 두 원

O, O'과 $\overline{BC}$ 의 접점을 각각 P, Q

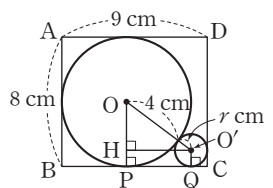
라 하고, 점 O'에서 $\overline{OP}$ 에 내린 수

선의 발을 H라 하자.

원 O의 반지름의 길이는

$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

... 1단계



원 O'의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OO'} = 4 + r \text{ (cm)}$$

$$\overline{OH} = 4 - r \text{ (cm)}$$

$$\overline{HO'} = \overline{PQ} = 9 - 4 - r = 5 - r \text{ (cm)}$$

$\triangle OHO'$ 에서

$$(r+4)^2 = (4-r)^2 + (5-r)^2$$

$$r^2 - 26r + 25 = 0, \quad (r-1)(r-25) = 0$$

$$\therefore r = 1 \quad (\because 0 < r < 4)$$

... (2단계)

따라서 원 O'의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 1 = 2\pi \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 2π cm

단계	채점 요소	비율
1	원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
2	원 O'의 반지름의 길이 구하기	50 %
3	원 O'의 둘레의 길이 구하기	20 %

282 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$,

$\overline{O'B}$ 를 그으면

$$\triangle POA \sim \triangle PO'B \text{ (AA 닮음)}$$

$$\therefore \overline{PA} : \overline{PB} = \overline{OA} : \overline{O'B}$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$6 : (6+6) = r : \overline{O'B}$$

$$6\overline{O'B} = 12r \quad \therefore \overline{O'B} = 2r \text{ (cm)}$$

이때 점 O에서 $\overline{O'B}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

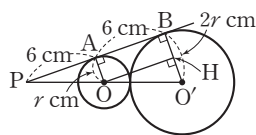
$$\overline{O'H} = 2r - r = r \text{ (cm)}$$

$\overline{OO'} = r + 2r = 3r \text{ (cm)}$ 이므로 $\triangle OO'H$ 에서

$$(3r)^2 = r^2 + 6^2, \quad 8r^2 = 36$$

$$r^2 = \frac{9}{2} \quad \therefore r = \frac{3\sqrt{2}}{2} \quad (\because r > 0)$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm이다.



답 $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

만점 유형 도전하기

◎ 본책 62~63쪽

283 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$$\text{정한: } \overline{PA} = \overline{PT} = \overline{PB}$$

순영, 한솔: $\angle PAT$ 와 $\angle PBT$ 의 크기는 알 수 없다.

원우: $\angle PAT = \angle PTA$, $\angle PTB = \angle PBT$ 이므로 $\triangle ATB$ 에서

$$\angle PAT + \angle ATB + \angle PBT = 180^\circ$$

$$\angle PAT + (\angle PTA + \angle PTB) + \angle PBT = 180^\circ$$

$$2(\angle PTA + \angle PTB) = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ATB = \angle PTA + \angle PTB = 90^\circ$$

따라서 잘못 말한 사람은 순영, 한솔이다.

답 풀이 참조

284 전략 먼저 주어진 직선의 x 절편과 y 절편을 이용하여 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 의 길이를 구한다.

$$y=0\text{일 때, } 3x+24=0 \quad \therefore x=-8$$

$$x=0\text{일 때, } -4y+24=0 \quad \therefore y=6$$

따라서 x 절편은 -8 , y 절편은 6 이므로

$$\overline{OA}=8, \overline{OB}=6$$

$\triangle AOB$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{IC}$, $\overline{ID}$ 를 그으면

$\square ICOD$ 는 정사각형이므로 원 I의 반지

름의 길이를 r 라 하면

$$\overline{OC} = \overline{OD} = r$$

$$\overline{AE} = \overline{AC} = 8 - r$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6 - r$$

$$\overline{AB} = \overline{AE} + \overline{BE} \text{이므로}$$

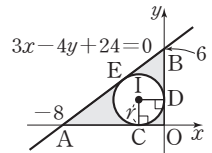
$$10 = (8-r) + (6-r)$$

$$2r = 4 \quad \therefore r = 2$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 - \pi \times 2^2 = 24 - 4\pi$$

답 $24 - 4\pi$



285 전략 먼저 점 O에서 세 현 AB, CD, EF에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$,

$\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 에 내린 수선의 발을 각각

L, M, N이라 하면

$$\overline{AL} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{7} = 3\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{EN} = \frac{1}{2} \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{15} = \sqrt{15} \text{ (cm)}$$

$\overline{AO}$, $\overline{CO}$, $\overline{EO}$ 를 긋고, $\overline{OL} = a$ cm, $\overline{LM} = \overline{MN} = b$ (cm), 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\triangle ALO$ 에서

$$r^2 = (3\sqrt{7})^2 + a^2$$

..... ㉠

$\triangle CMO$ 에서

$$r^2 = (4\sqrt{3})^2 + (a+b)^2$$

..... ㉡

$\triangle ENO$ 에서

$$r^2 = (\sqrt{15})^2 + (a+2b)^2$$

..... ㉢

$$\text{㉠} - \text{㉠을 하면 } 2ab + b^2 = 15$$

..... ㉣

$$\text{㉡} - \text{㉡을 하면 } 2ab + 3b^2 = 33$$

..... ㉤

$$\text{㉢} - \text{㉢을 하면 } 2b^2 = 18$$

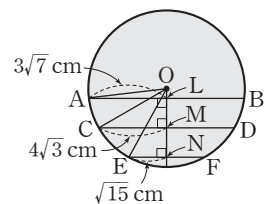
$$b^2 = 9 \quad \therefore b = 3 \quad (\because b > 0)$$

㉣에 $b=3$ 을 대입하면

$$6a + 9 = 15 \quad \therefore a = 1$$

㉠에 $a=1$ 을 대입하면

$$r^2 = 63 + 1 = 64 \quad \therefore r = 8 \quad (\because r > 0)$$



따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 8^2 = 64\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 64π cm²

286 전략 원의 중심에서 현에 그은 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G라 하자.

$\overline{OP}$ 를 긋고 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OE} = \overline{OG} = \overline{OP} = r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OF} = 9 - r \text{ (cm)}, \overline{PF} = r - 2 \text{ (cm)}$$

△OPF에서

$$r^2 = (9 - r)^2 + (r - 2)^2$$

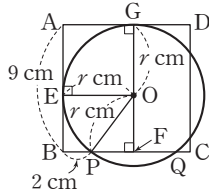
$$r^2 - 22r + 85 = 0, \quad (r - 5)(r - 17) = 0$$

$$\therefore r = 5 \text{ (} \because 2 < r < 9 \text{)}$$

이때 $\overline{PF} = 5 - 2 = 3 \text{ (cm)}$ 이고 $\overline{OF} \perp \overline{PQ}$ 이므로

$$\overline{PQ} = 2\overline{PF} = 2 \times 3 = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm



287 전략 양 끝의 원의 중심을 각각 O, O'이라 하고 $\overline{OO'}$ 의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 양 끝의 원의 중심을 각각 O, O'이라 하고, n개의 합동인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OO'} = 2(n - 1)r \text{ (cm)}$$

△ABC에서

$$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm)}$$

점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AB} \times \overline{AC} = \overline{BC} \times \overline{AH} \text{ 이므로}$$

$$8 \times 6 = 10 \times \overline{AH} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{24}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ABC$$

$$= \triangle OAB + \triangle AOO' + \triangle AO'C + \square OBCO'$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times r + \frac{1}{2} \times 2(n - 1)r \times \left(\frac{24}{5} - r \right)$$

$$+ \frac{1}{2} \times 6 \times r + \frac{1}{2} \times \{2(n - 1)r + 10\} \times r$$

$$= 12r + \frac{24}{5}(n - 1)r$$

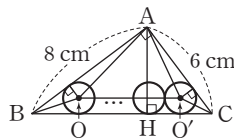
$$= \frac{12}{5}(2n + 3)r \text{ (cm}^2\text{)}$$

이때 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 6 = 24 \text{ (cm}^2\text{)}$ 이므로

$$\frac{12}{5}(2n + 3)r = 24$$

$$\therefore r = \frac{10}{2n + 3}$$

따라서 원의 반지름의 길이는 $\frac{10}{2n + 3} \text{ cm}$ 이다.



답 $\frac{10}{2n+3} \text{ cm}$

288 전략 서로 외접하는 두 원 O, O'의 반지름의 길이를 각각 r, r'이라 하면 $\overline{OO'} = r + r'$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 끈과 두 원 O, O'의 접점을 각각 A, B, C, D라 하고 원 O' 위에 점 E를 잡자.

$\overline{OO'}$ 을 긋고 점 O에서 $\overline{O'D}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OO'} = 5 + 15 = 20 \text{ (cm)}$$

$$\overline{O'H} = 15 - 5 = 10 \text{ (cm)}$$

△OO'H에서

$$\overline{OH} = \sqrt{20^2 - 10^2} = \sqrt{300} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{OH} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

또 △OO'H에서

$$\cos(\angle O'OH) = \frac{\overline{OH}}{\overline{OO'}} = \frac{10\sqrt{3}}{20} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\angle O'OH = 30^\circ$ 이므로

$$\angle OO'H = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

점 O에서 $\overline{O'C}$ 에 내린 수선의 발을 H'이라 하면 마찬가지로

$$\overline{BC} = \overline{OH'} = 10\sqrt{3} \text{ (cm)}, \angle O'OH' = 30^\circ, \angle OO'H' = 60^\circ$$

$$\therefore \angle AOB = 360^\circ - (30^\circ + 30^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ,$$

$$\angle DO'C = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

따라서 사용한 끈의 최소 길이는

$$\overline{AB} + \overline{CED} + \overline{AD} + \overline{BC}$$

$$= 2\pi \times 5 \times \frac{120}{360} + 2\pi \times 15 \times \frac{240}{360} + 10\sqrt{3} + 10\sqrt{3}$$

$$= \frac{70}{3}\pi + 20\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

즉 a = 70, b = 20이므로

$$a + b = 70 + 20 = 90$$

답 ④

289 전략 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{OM}$ 의 길이는 원의 반지름의 길이의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OM}$ 의 연장선과 원 O의 교점을 D라 하자.

이때 $\overline{OA} = \overline{OD} = 8 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

즉 △OAM에서

$$\overline{AM} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AM} = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

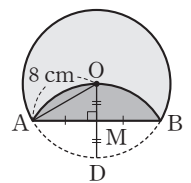
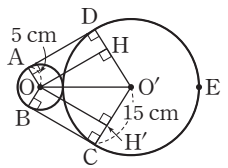
마찬가지로

$$\overline{AC} = \overline{BC} = \overline{AB} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 △ABC는 정삼각형이므로

$$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{3})^2 = 48\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 48√3 cm²



290 전략 원의 중심에서 현에 그은 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 와 작은 원의 교점을 C, D라 하고 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CM} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} \times 12\right) = 2 \text{ (cm)}$$

큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$R + r = 16 \quad \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$\triangle OCM$ 에서

$$\overline{OM}^2 = r^2 - 2^2 = r^2 - 4 \quad \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$\triangle OAM$ 에서

$$\overline{OM}^2 = R^2 - 6^2 = R^2 - 36 \quad \dots\dots \textcircled{㉢}$$

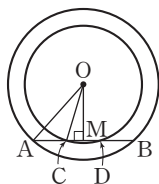
㉡, ㉢에서 $r^2 - 4 = R^2 - 36$

$$R^2 - r^2 = 32, \quad (R+r)(R-r) = 32$$

$$\therefore R-r = 2 \quad (\because \textcircled{㉠}) \quad \dots\dots \textcircled{㉣}$$

㉠, ㉣을 연립하여 풀면 $R=9, r=7$

따라서 작은 원의 반지름의 길이는 7 cm이다. 답 ⑤



291 전략 먼저 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$ 의 길이를 구한다.

$\triangle ODB$ 에서

$$\overline{BD} = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$\overline{AB} \perp \overline{OC}$ 이므로 $\overline{AD} = \overline{BD} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)}$

또 $\overline{OC} = \overline{OB} = 9 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\overline{DC} = 9 - 7 = 2 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ACD$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)} \quad \text{답 ③}$$

292 전략 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지남을 이용한다.

$\overline{MN}$ 이 $\overline{AB}$ 를 수직이등분하므로 $\overline{MN}$ 의 연장선은 이 원의 중심을 지난다.

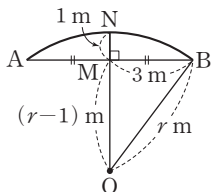
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면

$$\overline{OB} = r \text{ (m)}, \quad \overline{OM} = r - 1 \text{ (m)}$$

이때 $\overline{BM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (m)}$ 이므로 $\triangle OBM$ 에서

$$r^2 = (r-1)^2 + 3^2$$

$$2r = 10 \quad \therefore r = 5 \quad \text{답 ②}$$



293 전략 원에서 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지남을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$$\overline{AM} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OA} = r \text{ (cm)}, \quad \overline{OM} = \frac{1}{2} \overline{OA} = \frac{1}{2} r \text{ (cm)}$$

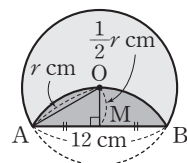
$$\triangle AMO \text{에서} \quad r^2 = \left(\frac{1}{2} r\right)^2 + 6^2$$

$$\frac{3}{4} r^2 = 36, \quad r^2 = 48$$

$$\therefore r = 4\sqrt{3} \quad (\because r > 0)$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times (4\sqrt{3})^2 = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ④}$$



294 전략 $\triangle ABC$ 가 정삼각형임을 이용한다.

$\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$ 이므로

$$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$$

즉 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

한편 $\overline{OD} \perp \overline{AB}$ 이므로

$$\overline{AD} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

$$\triangle ADO \equiv \triangle AFO \text{ (RHS 합동)}$$

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$$\angle DAO = \frac{1}{2} \angle BAC$$

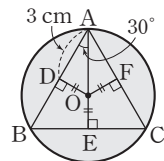
$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$\triangle ADO$ 에서

$$\overline{OA} = \frac{3}{\cos 30^\circ} = 3 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times (2\sqrt{3})^2 = 12\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ①}$$



295 전략 원의 중심에서 현에 그은 수선은 그 현을 이등분함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 작은 원과 $\overline{AB}$ 의

접점을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

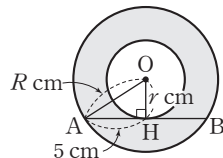
큰 원의 반지름의 길이를 R cm, 작은

원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\triangle OAH$ 에서

$$R^2 = r^2 + 5^2 \quad \therefore R^2 - r^2 = 25$$

이때 색칠한 부분의 넓이는 큰 원의 넓이에서 작은 원의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$$\pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2) = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 ①}$$



296 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{PA} = \overline{PB}, \overline{PB} = \overline{PC}$ 이므로

$$\overline{PA} = \overline{PC}$$

$$\begin{aligned} &\text{즉 } 2x-7=5-x \text{ 이므로} \\ &3x=12 \quad \therefore x=4 \end{aligned}$$

답 ②

297 **전략** 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$$\begin{aligned} &\overline{BD}=\overline{BF}, \overline{CE}=\overline{CF} \text{ 이므로} \\ &\overline{AD}+\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA} \\ &=6+5+9=20 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$ 이므로

$$\begin{aligned} &\overline{AD}=\frac{1}{2} \times 20=10 \text{ (cm)} \\ &\therefore \overline{BF}=\overline{BD}=10-6=4 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 ①

다른 풀이 $\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{BD}=\overline{BF}=x$ (cm) 이므로

$$\overline{AD}=6+x \text{ (cm)}$$

또 $\overline{CE}=\overline{CF}=5-x$ (cm) 이므로

$$\overline{AE}=9+(5-x)=14-x \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AD}=\overline{AE}$ 이므로 $6+x=14-x$

$$2x=8 \quad \therefore x=4 \quad \therefore \overline{BF}=4 \text{ (cm)}$$

298 **전략** 점 C에서 $\overline{BD}$ 에 수선을 그은 후 피타고라스 정리를 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$ 에

내린 수선의 발을 H라 하면

$$\begin{aligned} &\overline{BH}=\overline{AC}=1 \text{ (cm)} \\ &\therefore \overline{DH}=4-1=3 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

이때 $\overline{CP}=\overline{CA}=1$ (cm),

$\overline{DP}=\overline{DB}=4$ (cm) 이므로

$$\overline{CD}=1+4=5 \text{ (cm)}$$

$\triangle CHD$ 에서 $\overline{CH}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$ (cm)

$$\therefore \overline{AB}=\overline{CH}=4 \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BP}$ 를 긋고 점 D

에서 $\overline{BP}$ 에 내린 수선의 발을 Q라 하

면 $\triangle BDP$ 는 $\overline{BD}=\overline{PD}$ 인 이등변삼

각형이므로

$$\overline{DQ} \perp \overline{BP}, \overline{BQ}=\overline{PQ}=\frac{1}{2} \overline{BP}$$

즉 $\overline{DQ}$ 의 연장선은 반원의 중심 O를 지난다.

$\triangle DOB$ 에서 $\overline{OB}=\frac{1}{2} \overline{AB}=\frac{1}{2} \times 4=2$ (cm) 이므로

$$\overline{DO}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{BO} \times \overline{BD}=\overline{DO} \times \overline{BQ}$ 이므로

$$2 \times 4=2\sqrt{5} \times \overline{BQ} \quad \therefore \overline{BQ}=\frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BP}=2\overline{BQ}=2 \times \frac{4\sqrt{5}}{5}=\frac{8\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$$

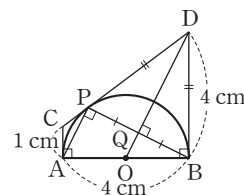
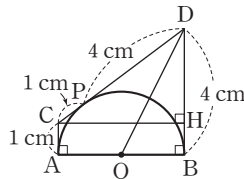
한편 $\triangle OBQ \sim \triangle ABP$ (SAS 닮음) 이므로

$$\angle APB=\angle OQB=90^\circ$$

따라서 $\triangle ABP$ 에서

$$\overline{AP}=\sqrt{4^2-\left(\frac{8\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{16}{5}}=\frac{4\sqrt{5}}{5} \text{ (cm)}$$

답 ④



만점 공략 노트

$\triangle OBQ$ 와 $\triangle ABP$ 에서

$$\angle B \text{는 공통, } \overline{OB}:\overline{AB}=\overline{BQ}:\overline{BP}=1:2$$

이므로 $\triangle OBQ \sim \triangle ABP$ (SAS 닮음)

299 **전략** 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$$\overline{BE}=\overline{BD}=6 \text{ (cm)}, \overline{CF}=\overline{CE}=11 \text{ (cm)}$$

$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ (cm)라 하면 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이가 40 cm 이므로

$$2(6+11+x)=40$$

$$2x=6 \quad \therefore x=3$$

$$\therefore \overline{AD}=3 \text{ (cm)}$$

답 ⑤

300 **전략** 원의 접선의 성질을 이용한다.

$\overline{CP}=\overline{CQ}=x$ (cm)라 하면

$$\overline{BR}=\overline{BP}=10-x \text{ (cm)}$$

$$\overline{AR}=\overline{AQ}=9-x \text{ (cm)}$$

$\overline{AB}=\overline{AR}+\overline{BR}$ 이므로

$$13=(9-x)+(10-x)$$

$$2x=6 \quad \therefore x=3$$

$$\therefore \overline{CP}=3 \text{ (cm)}$$

한편 $\overline{AS}=\overline{AD}$, $\overline{CT}=\overline{CD}$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{BS}+\overline{BT} &= \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA} \\ &= 13+10+9=32 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

이때 $\overline{BS}=\overline{BT}$ 이므로

$$\overline{BT}=\frac{1}{2} \times 32=16 \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{CT}=16-10=6$ (cm) 이므로

$$\overline{PT}=3+6=9 \text{ (cm)}$$

답 ②

301 **전략** 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{BC}$ 와 $\overline{AC}$ 의 길이를 r 에 대한 식으로 나타낸다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$ 를 그으면

$\square OEFC$ 는 정사각형이므로 원 O의 반

지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{EC}=\overline{FC}=r \text{ (cm)}$$

$$\overline{BE}=\overline{BD}=9 \text{ (cm)},$$

$$\overline{AF}=\overline{AD}=6 \text{ (cm)} \text{ 이므로}$$

$$\overline{BC}=9+r \text{ (cm)}, \overline{AC}=6+r \text{ (cm)}$$

$\triangle ABC$ 에서

$$(9+6)^2=(9+r)^2+(6+r)^2$$

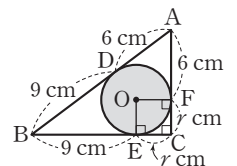
$$r^2+15r-54=0, \quad (r+18)(r-3)=0$$

$$\therefore r=3 \quad (\because r>0)$$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 3 cm이므로 원 O의 넓이는

$$\pi \times 3^2=9\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ③



302 전략 원에 외접하는 사각형에서 두 쌍의 대변의 길이의 합이 같음을 이용한다.

$$\overline{AD} + \overline{BC} = \overline{AB} + \overline{CD} = 18 + 14 = 32 \text{ (cm)}$$

이때 $\overline{AD} : \overline{BC} = 3 : 5$ 이므로

$$\overline{BC} = 32 \times \frac{5}{3+5} = 20 \text{ (cm)} \quad \text{답 ⑤}$$

303 전략 직각삼각형의 내접원과 원에 외접하는 사각형의 성질을 이용한다.

$\overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{BE} = 2a$, $\overline{EC} = a$ ($a > 0$)라 하면

$$\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 2a + a = 3a$$

두 원 O, O'의 반지름의 길이를 각각 r , R 라 하면

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 2R$$

□AECD가 원 O'에 외접하므로 $\overline{AE} + \overline{CD} = \overline{AD} + \overline{EC}$ 에서

$$\overline{AE} + 2R = 3a + a$$

$$\therefore \overline{AE} = 4a - 2R$$

△ABE에서

$$(4a - 2R)^2 = (2R)^2 + (2a)^2$$

$$16aR = 12a^2 \quad \therefore R = \frac{3}{4}a \quad (\because a > 0) \quad \dots\dots \text{㉠}$$

오른쪽 그림과 같이 원 O와

△ABE의 접점을 각각 F, G, H라

하고 $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 를 그으면

□FBGO는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이므로

$$\overline{BF} = \overline{BG} = r$$

$$\therefore \overline{AH} = \overline{AF} = 2R - r, \overline{EH} = \overline{EG} = 2a - r$$

$\overline{AE} = \overline{AH} + \overline{EH}$ 이므로

$$4a - 2R = (2R - r) + (2a - r)$$

$$2r = 4R - 2a \quad \therefore r = 2R - a$$

이 식에 ㉠을 대입하면

$$r = 2 \times \frac{3}{4}a - a = \frac{1}{2}a$$

따라서 두 원 O, O'의 둘레의 길이의 비는

$$\frac{1}{2}a : \frac{3}{4}a = 2 : 3 \quad \text{답 ③}$$

만점 공략 노트

두 원은 항상 닮은 도형이므로 두 원의 둘레의 길이의 비는 두 원의 반지름의 길이의 비와 같다.

304 전략 길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터 같은 거리에 있음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내

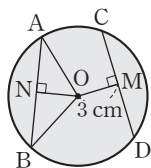
린 수선의 발을 N이라 하면 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{ON} = \overline{OM} = 3 \text{ (cm)}$$

△ABO의 넓이가 12 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 3 = 12$$

$$\therefore \overline{AB} = 8 \text{ (cm)}$$



$\overline{AB} \perp \overline{ON}$ 이므로

$$\overline{AN} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

△ANO에서

$$\overline{AO} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 25\pi \text{ cm}^2$$

305 전략 원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$ 를 그으면

$$\overline{OT} = \overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6 = 3 \text{ (cm)}$$

△ATO는 $\overline{OA} = \overline{OT}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OTA = \angle OAT = 30^\circ$$

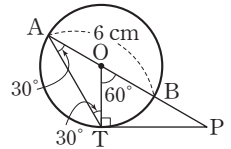
$$\therefore \angle TOP = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

이때 $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로 △OTP에서

$$\overline{PT} = 3 \tan 60^\circ$$

$$= 3 \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\text{답 } 3\sqrt{3} \text{ cm}$$



306 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$\overline{PB} = \overline{PA} = 10 \text{ (cm)}$ 이므로

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 45^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 25\sqrt{2} \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{답 } 25\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

307 전략 $\overline{OP}$ 를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 구한다.

$$\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$$\triangle PAO \cong \triangle PBO \text{ (RHS 합동)}$$

$$\therefore \angle AOP = \angle BOP$$

$$= \frac{1}{2} \angle AOB$$

$$= \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

△PAO에서

$$\overline{OA} = \frac{12}{\tan 60^\circ} = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

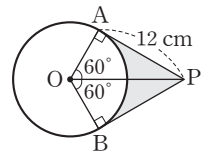
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$2 \times (\triangle PAO \text{의 넓이}) - (\text{부채꼴 } AOB \text{의 넓이})$$

$$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 4\sqrt{3} \right) - \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360}$$

$$= 48\sqrt{3} - 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

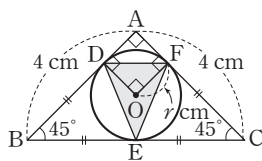
$$\text{답 } (48\sqrt{3} - 16\pi) \text{ cm}^2$$



308 전략 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{CE}=\overline{CF}$ 임을 이용한다.

$$\overline{BC}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$ 를 그으면 $\square ADOF$ 는 정사각형이므로 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$$\overline{AD}=\overline{AF}=r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{BE}=\overline{BD}=4-r \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE}=\overline{CF}=4-r \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE} \text{ 이므로}$$

$$4\sqrt{2}=(4-r)+(4-r)$$

$$2r=8-4\sqrt{2} \quad \therefore r=4-2\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{BD}=\overline{BE}=\overline{CE}=\overline{CF}$$

$$=4-(4-2\sqrt{2})=2\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle DEF$$

$$=\triangle ABC-(\triangle ADF+\triangle BED+\triangle CFE)$$

$$=\triangle ABC-\triangle ADF-2\triangle BED$$

$$=\frac{1}{2} \times 4 \times 4 - \frac{1}{2} \times (4-2\sqrt{2})^2$$

$$-2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \sin 45^\circ \right)$$

$$=8-(12-8\sqrt{2})-2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$=4\sqrt{2}-4 \text{ (cm}^2\text{)}$$

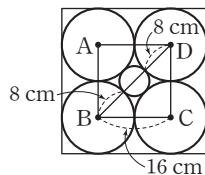
$$\text{답 } (4\sqrt{2}-4) \text{ cm}^2$$

참고 $\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로

$$\angle B=\angle C=45^\circ$$

309 전략 네 개의 원의 중심을 이어 만든 사각형이 어떤 사각형인지 생각해 본다.

오른쪽 그림과 같이 네 개의 원의 중심을 각각 A, B, C, D라 하면 $\square ABCD$ 는 한 변의 길이가 16 cm인 정사각형이므로



$$\overline{BD}=\sqrt{16^2+16^2}$$

$$=\sqrt{512}=16\sqrt{2} \text{ (cm)}$$

이때 작은 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$8+2r+8=16\sqrt{2}, \quad 2r=16\sqrt{2}-16$$

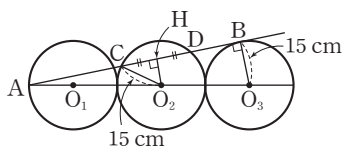
$$\therefore r=8\sqrt{2}-8$$

따라서 작은 원의 둘레의 길이는

$$2\pi \times (8\sqrt{2}-8)=16\pi(\sqrt{2}-1) \text{ (cm)}$$

$$\text{답 } 16\pi(\sqrt{2}-1) \text{ cm}$$

310 전략 보조선을 긋고 닮음인 두 삼각형을 찾는다.



위의 그림과 같이 원 O_2 의 중심에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\triangle AO_2H$ 와 $\triangle AO_3B$ 에서

$$\angle A \text{는 공통, } \angle AHO_2=\angle ABO_3=90^\circ$$

$$\therefore \triangle AO_2H \sim \triangle AO_3B \text{ (AA 닮음)}$$

... 1단계

즉 $\overline{O_2H}:\overline{O_3B}=\overline{AO_2}:\overline{AO_3}$ 이므로

$$\overline{O_2H}:15=45:75$$

$$\therefore \overline{O_2H}=9 \text{ (cm)}$$

... 2단계

$\overline{CO_2}$ 를 그으면 $\triangle CO_2H$ 에서

$$\overline{CH}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12 \text{ (cm)}$$

$\overline{O_2H} \perp \overline{CD}$ 이므로

$$\overline{CD}=2\overline{CH}=2 \times 12=24 \text{ (cm)}$$

... 3단계

답 24 cm

단계	채점 요소	배점
1	$\triangle AO_2H \sim \triangle AO_3B$ 임을 알기	2점
2	점 O_2 와 $\overline{CD}$ 사이의 거리 구하기	2점
3	$\overline{CD}$ 의 길이 구하기	2점

311 전략 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

$$\overline{PB}=\overline{PA}=12 \text{ (cm)}$$

... 1단계

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{OB}=\overline{OC}=r \text{ (cm)}$$

$\angle PBO=90^\circ$ 이므로 $\triangle BPO$ 에서

$$(8+r)^2=r^2+12^2$$

$$16r=80 \quad \therefore r=5$$

... 2단계

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 5^2=25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

... 3단계

답 $25\pi \text{ cm}^2$

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{PB}$ 의 길이 구하기	1점
2	원 O의 반지름의 길이 구하기	2점
3	원 O의 넓이 구하기	1점

312 전략 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하여 $\overline{AB}+\overline{BC}$ 의 길이를 구한다.

$\overline{AB}=a$ cm, $\overline{BC}=b$ cm라 하면 $\triangle ABC$ 에서

$$a^2+b^2=(3+3)^2=36$$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 7 cm^2 이므로

$$\frac{1}{2} \times a \times b=7 \quad \therefore ab=14$$

이때 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=36+2 \times 14=64$ 이므로

$$a+b=8 \text{ (} \because a+b>0 \text{)}$$

... 1단계

오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$ 와 내접원 O'

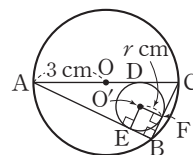
의 접점을 D, E, F라 하자.

$\overline{O'E}$, $\overline{O'F}$ 를 긋고 원 O' 의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$\overline{BE}=\overline{BF}=r \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD}=\overline{AE}=a-r \text{ (cm)}$$

$$\overline{CD}=\overline{CF}=b-r \text{ (cm)}$$



$$\overline{AC} = \overline{AD} + \overline{CD} \text{이므로}$$

$$6 = (a-r) + (b-r)$$

$$6 = 8 - 2r, \quad 2r = 2$$

$$\therefore r = 1$$

... (2단계)

따라서 원 O'의 둘레의 길이는

$$2\pi \times 1 = 2\pi \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 2π cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AB} + \overline{BC}$ 의 길이 구하기	3점
2	원 O'의 반지름의 길이 구하기	2점
3	원 O'의 둘레의 길이 구하기	1점

313 **전략** 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{O'B}$ 를 긋고 점 O에서 $\overline{O'B}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{BH} = \overline{AO} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{O'H} = 9 - 5 = 4 \text{ (cm)}$$

$$\overline{OO'} = 5 + 9 = 14 \text{ (cm)이므로}$$

$\triangle OO'H$ 에서

$$\overline{OH} = \sqrt{14^2 - 4^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{OH} = 6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

... (1단계)

이때 $\overline{PA} = \overline{PT}$, $\overline{PT} = \overline{PB}$ 에서

$$\overline{PA} = \overline{PT} = \overline{PB}$$

... (2단계)

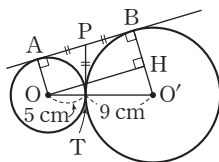
$$\therefore \overline{PT} = \overline{PA} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} = 3\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 $3\sqrt{5}$ cm

단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AB}$ 의 길이 구하기	4점
2	$\overline{PA} = \overline{PT} = \overline{PB}$ 임을 알기	1점
3	$\overline{PT}$ 의 길이 구하기	1점



04 원주각

II. 원의 성질

셀프 CHECK

본책 68쪽

A (1) $\angle x = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 100^\circ = 50^\circ$

(2) $\angle x = 2 \angle APB = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$

답 (1) 50° (2) 64°

B (1) $\angle x = \angle AQB = 55^\circ$

(2) $\angle APB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle PAB$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - (90^\circ + 42^\circ) = 48^\circ$$

답 (1) 55° (2) 48°

C (1) $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 이므로 $\angle AQB = \angle CPD = 24^\circ$

$$\therefore x = 24$$

(2) $\angle APB : \angle CQD = \widehat{AB} : \widehat{CD}$ 이므로

$$45 : 27 = 10 : x \quad \therefore x = 6$$

답 (1) 24 (2) 6

내신 유형 다지기

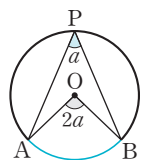
본책 69~77쪽

유형 055 원주각과 중심각의 크기 (1)

본책 69쪽

$$(\text{원주각의 크기}) = \frac{1}{2} \times (\text{중심각의 크기})$$

$$\rightarrow \angle APB = \frac{1}{2} \angle AOB$$



314 $\angle AOB = 2 \angle APB = 2 \times 38^\circ = 76^\circ$

$\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$$

답 ⑤

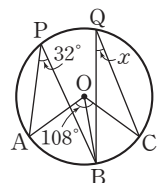
315 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\angle AOB = 2 \angle APB = 2 \times 32^\circ = 64^\circ$$

이므로 $\angle BOC = 108^\circ - 64^\circ = 44^\circ$

$$\therefore \angle x = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 44^\circ = 22^\circ$$

답 ①



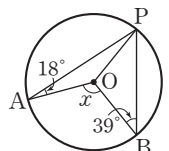
316 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$ 를 그으면

$\triangle OAP$ 는 $\overline{OA} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle APO = \angle PAO = 18^\circ$$

$\triangle OBP$ 는 $\overline{OB} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BPO = \angle PBO = 39^\circ$$



$$\begin{aligned}\therefore \angle APB &= \angle APO + \angle BPO \\ &= 18^\circ + 39^\circ = 57^\circ \\ \therefore \angle x &= 2\angle APB = 2 \times 57^\circ = 114^\circ\end{aligned}$$

답 114°

317 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이므로 ... 1단계

$$\begin{aligned}\triangle OBC &= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}\end{aligned}$$

... 2단계

답 $36\sqrt{3} \text{ cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BOC$ 의 크기 구하기	50 %
2	$\triangle OBC$ 의 넓이 구하기	50 %

다른 풀이 $\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$
 $OC = OB = 12 \text{ (cm)}$ 에서 $\triangle OBC$ 는 정삼각형이므로

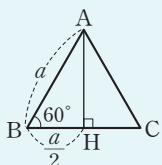
$$\triangle OBC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 = 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

만점 공략 노트

$\triangle ABC$ 가 한 변의 길이가 a 인 정삼각형일 때

$$(1) \overline{AH} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$(2) \triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$



318 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OA}$$

$\triangle OAM$ 에서

$$\cos(\angle AOM) = \frac{\overline{OM}}{\overline{OA}} = \frac{1}{2}$$

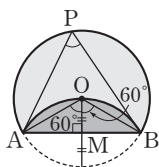
이므로 $\angle AOM = 60^\circ$

마찬가지로 $\angle BOM = 60^\circ$

즉 $\angle AOB = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$ 이므로

$$\angle APB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

답 60°



319 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

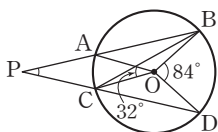
$$\angle BCD = \frac{1}{2}\angle BOD$$

$$= \frac{1}{2} \times 84^\circ = 42^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AOC = \frac{1}{2} \times 32^\circ = 16^\circ$$

$\triangle BPC$ 에서 $\angle BPD = 42^\circ - 16^\circ = 26^\circ$

답 ②

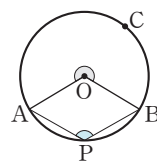


유형 056 원주각과 중심각의 크기 (2)

본책 70쪽

두 반지름과 두 현으로 이루어진 $\square APBO$ 에서 $\widehat{ACB}$ 에 대한 원주각의 크기는

$$\angle APB = \frac{1}{2} \times (360^\circ - \angle AOB)$$



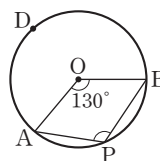
320 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면 $\angle APB$ 는 $\widehat{ADB}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle APB = \frac{1}{2} \times (360^\circ - \angle AOB)$$

$$= \frac{1}{2} \times (360^\circ - 130^\circ)$$

$$= 115^\circ$$

답 ④



321 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면 $\angle APB$ 는 $\widehat{ADB}$ 에 대한 원주각이므로

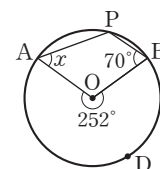
$$\angle APB = \frac{1}{2} \times 252^\circ = 126^\circ$$

$\angle AOB = 360^\circ - 252^\circ = 108^\circ$ 이므로

$\square AOBP$ 에서

$$\angle x = 360^\circ - (126^\circ + 70^\circ + 108^\circ) = 56^\circ$$

답 ④



322 색칠한 부채꼴의 중심각의 크기는

$$2\angle ABC = 2 \times 150^\circ = 300^\circ$$

... 1단계

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\pi \times 6^2 \times \frac{300}{360} = 30\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

... 2단계

답 $30\pi \text{ cm}^2$

단계	채점 요소	비율
1	색칠한 부채꼴의 중심각의 크기 구하기	60 %
2	색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

323 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

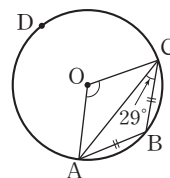
$$\angle ABC = 180^\circ - 2 \times 29^\circ = 122^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면 $\widehat{ADC}$ 에 대한 중심각의 크기는

$$2\angle ABC = 2 \times 122^\circ = 244^\circ$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle AOC &= 360^\circ - 244^\circ \\ &= 116^\circ\end{aligned}$$

답 ①



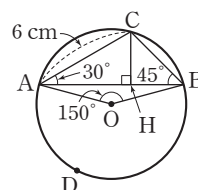
324 오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면 $\widehat{ADB}$ 에 대한 중심각의 크기는

$$360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \times 210^\circ = 105^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle CBA = 180^\circ - (30^\circ + 105^\circ) = 45^\circ$$



점 C에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle CAH$ 에서

$$\overline{AH} = 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{CH} = 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)}$$

$\triangle CHB$ 에서

$$\overline{BH} = \frac{3}{\tan 45^\circ} = \frac{3}{1} = 3 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AH} + \overline{BH} = 3\sqrt{3} + 3 \text{ (cm)}$$

답 $(3\sqrt{3} + 3) \text{ cm}$

유형 057 원주각과 중심각의 크기 ; 두 접선이 주어진 경우

본책 70쪽

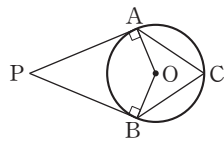
두 점 A, B가 점 P에서 원 O에 그
은 두 접선의 접점일 때

(1) $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로

$\square APBO$ 에서

$$\angle APB + \angle AOB = 180^\circ$$

(2) $\angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle APB)$



325 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를
그으면

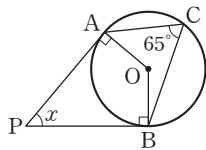
$$\begin{aligned} \angle AOB &= 2 \angle ACB \\ &= 2 \times 65^\circ = 130^\circ \end{aligned}$$

이때 $\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$\square APBO$ 에서

$$\angle x = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

답 50°



326 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$,
 $\overline{OB}$ 를 그고 점 D를 잡으면

$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$ 이므로

$\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 180^\circ - 38^\circ = 142^\circ$$

이때 $\angle ACB$ 는 $\widehat{ADB}$ 에 대한 원주각이므로

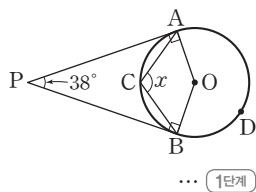
$$\angle x = \frac{1}{2} \times (360^\circ - \angle AOB)$$

$$= \frac{1}{2} \times (360^\circ - 142^\circ) = 109^\circ$$

... 1단계

... 2단계

답 109°



단계	채점 요소	비율
1	$\angle AOB$ 의 크기 구하기	50 %
2	$\angle x$ 의 크기 구하기	50 %

327 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로 $\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ$$

$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$

$\therefore \triangle PBA$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PBA = \angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) = 63^\circ$$

$\therefore \angle ABO = \angle PBO - \angle PBA = 90^\circ - 63^\circ = 27^\circ$

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

답 ㄴ, ㄹ

328 $\angle PAO = \angle PBO = 90^\circ$ 이므로 $\square APBO$ 에서

$$\angle AOB = 180^\circ - 46^\circ = 134^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} \times 134^\circ = 67^\circ$$

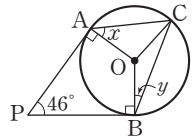
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OCA = \angle OAC = \angle x$$

$$\angle OCB = \angle OBC = \angle y$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle x + \angle y &= \angle OCA + \angle OCB \\ &= \angle ACB = 67^\circ \end{aligned}$$



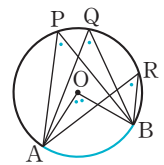
답 ①

유형 058 원주각의 성질

본책 71쪽

원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두
같다.

$$\begin{aligned} \rightarrow \angle APB &= \angle AQB = \angle ARB \\ &= \frac{1}{2} \angle AOB \end{aligned}$$



329 $\angle x = \angle BDC = 35^\circ$ 이므로 $\triangle ABP$ 에서

$$35^\circ + \angle y = 62^\circ \quad \therefore \angle y = 27^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 35^\circ - 27^\circ = 8^\circ$$

답 8°

330 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$ 를 그으면

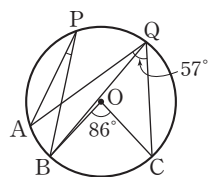
$$\angle BQC = \frac{1}{2} \angle BOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 86^\circ = 43^\circ$$

따라서 $\angle AQB = 57^\circ - 43^\circ = 14^\circ$ 이므로

$$\angle APB = \angle AQB = 14^\circ$$

답 ②



331 $\angle CBD = \angle CAD = 40^\circ$

$\angle BAC = \angle BDC = 65^\circ$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (65^\circ + 25^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$

답 50°

다른 풀이 $\angle BAC = \angle BDC = 65^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을

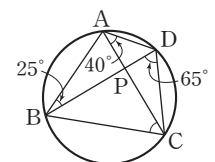
P라 하면 $\triangle ABP$ 에서

$$\angle APB = 180^\circ - (65^\circ + 25^\circ) = 90^\circ$$

$\angle CBD = \angle CAD = 40^\circ$ 이므로 $\triangle BCP$

에서

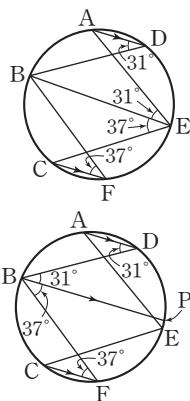
$$\angle ACB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$



- 332** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면
 $\angle AEB = \angle ADB = 31^\circ$
 $\angle BEC = \angle BFC = 37^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle AEB + \angle BEC$
 $= 31^\circ + 37^\circ = 68^\circ$... 1단계

오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나고 $\overline{AD}$ 에 평행한 직선을 그어 원과 만나는 점을 P라 하면

$$\begin{aligned}\angle DBP &= \angle ADB = 31^\circ \text{ (엇각)} \\ \angle FBP &= \angle BFC = 37^\circ \text{ (엇각)} \\ \therefore \angle y &= \angle DBP + \angle FBP \\ &= 31^\circ + 37^\circ = 68^\circ \\ \therefore \angle x + \angle y &= 68^\circ + 68^\circ = 136^\circ\end{aligned}$$



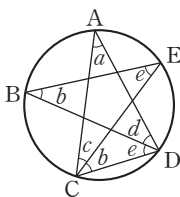
... 2단계

... 3단계

답 136°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle x$ 의 크기 구하기	40 %
2	$\angle y$ 의 크기 구하기	50 %
3	$\angle x + \angle y$ 의 크기 구하기	10 %

- 333** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면
 $\angle ECD = \angle EBD = \angle b$
 $\angle BDC = \angle BEC = \angle e$
 따라서 $\triangle ACD$ 에서
 $\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e = 180^\circ$



답 180°

- 334** $\angle ADC = \angle x$ 라 하면 $\triangle ADP$ 에서
 $\angle PAD = \angle x - 44^\circ$
 또 $\angle ABC = \angle ADC = \angle x$ 이므로 $\triangle AQB$ 에서
 $\angle x + (\angle x - 44^\circ) = 72^\circ$
 $2\angle x = 116^\circ \quad \therefore \angle x = 58^\circ$
 $\therefore \angle ADC = 58^\circ$

답 ⑤

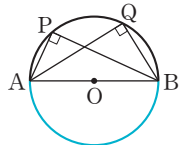
유형 059 반원에 대한 원주각의 크기

본책 72쪽

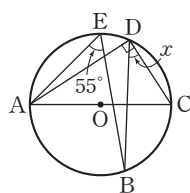
반원에 대한 원주각의 크기는 90° 이다.

→ $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이면

$$\begin{aligned}\angle APB &= \angle AQB \\ &= \frac{1}{2} \angle AOB = 90^\circ\end{aligned}$$



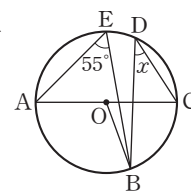
- 335** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면
 $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로
 $\angle ADC = 90^\circ$
 $\angle ADB = \angle AEB = 55^\circ$ 이므로
 $\angle x = \angle ADC - \angle ADB$
 $= 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$



답 35°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 2\angle AEB \\ &= 2 \times 55^\circ = 110^\circ \\ \angle BOC &= 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ \text{이므로} \\ \angle x &= \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 70^\circ = 35^\circ\end{aligned}$$



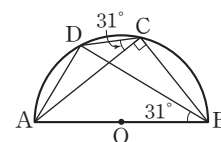
- 336** $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\therefore \angle CBD = 90^\circ - 52^\circ = 38^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle CBD = 38^\circ$

$\triangle BCE$ 에서

$$\begin{aligned}38^\circ + \angle y &= 84^\circ \quad \therefore \angle y = 46^\circ \\ \therefore \angle y - \angle x &= 46^\circ - 38^\circ = 8^\circ\end{aligned}$$

답 ②

- 337** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로
 $\angle ACB = 90^\circ$
 이때 $\angle ACD = \angle ABD = 31^\circ$ 이므로
 $\angle BCD = \angle ACB + \angle ACD$
 $= 90^\circ + 31^\circ = 121^\circ$



답 ①

- 338** $\angle BCD = \frac{1}{2} \angle BOD$
 $= \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ$... 1단계

$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$ 이고 $\overline{CE}$ 가 $\angle ACB$ 의 이등분선이므로

$$\begin{aligned}\angle BCE &= \frac{1}{2} \angle ACB = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ \\ \therefore \angle ECD &= \angle BCE - \angle BCD \\ &= 45^\circ - 23^\circ = 22^\circ\end{aligned}$$

... 2단계

... 3단계

답 22°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle BCD$ 의 크기 구하기	40 %
2	$\angle BCE$ 의 크기 구하기	40 %
3	$\angle ECD$ 의 크기 구하기	20 %

- 339** 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로
 $\angle ADB = 90^\circ$

$\triangle APD$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

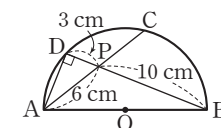
$\triangle ABD$ 에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(10+3)^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{196} = 14 \text{ (cm)}$$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는

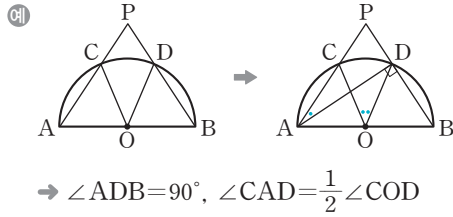
$$\frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 14 = 7 \text{ (cm)}$$

답 7 cm



유형 060 반원에 대한 원주각의 크기의 응용 ☞ 본책 73쪽

보조선을 그어 직각삼각형을 만든 후 원주각과 중심각의 크기 사이의 관계를 이용하여 직각삼각형의 한 내각의 크기를 구한다.



340 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으

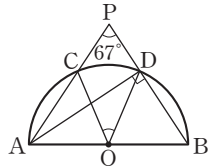
면 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

$\triangle PAD$ 에서

$$\angle PAD = 90^\circ - 67^\circ = 23^\circ$$

$$\therefore \angle COD = 2\angle CAD = 2 \times 23^\circ = 46^\circ$$



341 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으

면 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

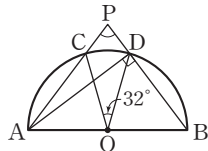
이때

$$\angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD$$

$$= \frac{1}{2} \times 32^\circ = 16^\circ$$

이므로 $\triangle PAD$ 에서

$$\angle APB = 90^\circ - 16^\circ = 74^\circ$$



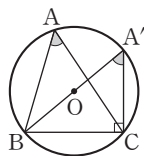
유형 061 원주각의 성질과 삼각비의 값(1) ☞ 본책 73쪽

$\triangle ABC$ 가 원 O에 내접할 때, 원 O의 지름 $\overline{A'B}$ 를 그어 원에 내접하는 $\triangle A'BC$ 를 그리면 $\angle A = \angle A'$ 이고 $\triangle A'BC$ 는 직각삼각형이다.

$$\rightarrow \sin A = \sin A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}$$

$$\cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}}$$

$$\tan A = \tan A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}$$



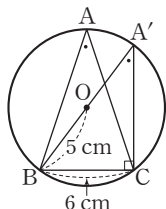
342 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 의 연장선이

원 O와 만나는 점을 A' 이라 하면

$$\angle BAC = \angle BA'C$$

$\overline{A'B}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle A'CB = 90^\circ$$



$\triangle A'BC$ 에서 $\overline{A'B} = 5 \times 2 = 10$ (cm)이므로

$$\overline{A'C} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$$
 (cm)

$$\text{따라서 } \sin A = \sin A' = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5},$$

$$\cos A = \cos A' = \frac{\overline{A'C}}{\overline{A'B}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \text{ 이므로}$$

$$\sin A + \cos A = \frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$$

답 ③

343 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 의 연장선이

원 O와 만나는 점을 A' 이라 하면

$$\angle BAC = \angle BA'C$$

$\overline{A'B}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle A'CB = 90^\circ$$

$$\tan A' = \tan A = \frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{6}{\overline{A'C}} = \frac{3}{2} \quad \therefore \overline{A'C} = 4$$
 (cm)

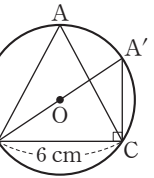
$\triangle A'BC$ 에서

$$\overline{A'B} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$
 (cm)

$$\therefore \overline{BO} = \frac{1}{2} \overline{A'B} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{13} = \sqrt{13}$$
 (cm)

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$$2\pi \times \sqrt{13} = 2\sqrt{13}\pi$$
 (cm)



344 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)이므로

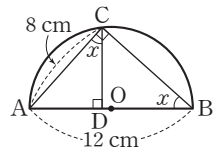
$$\angle ABC = \angle ACD = x$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$
 (cm)

$$\therefore \cos x = \cos (\angle ABC) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

답 ⑤



345 오른쪽 그림과 같이 작은 원과

$\overline{BC}$ 의 접점을 D라 하면 $\overline{OD} \perp \overline{BC}$ 이므로

$$\overline{CD} = \overline{BD}$$

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\overline{CD} = \overline{BD}$ 이므로

$$\overline{AC} = 2\overline{OD}$$

이때 $\overline{OD} = k$ 라 하면 $\overline{AC} = 2k$

두 원의 둘레의 길이의 비가 1 : 3이므로

$$\overline{OB} = 3\overline{OD} = 3k$$

$$\therefore \overline{AB} = 2 \times 3k = 6k$$

$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{BC} = \sqrt{(6k)^2 - (2k)^2} = \sqrt{32k^2} = 4\sqrt{2}k \quad (\because k > 0)$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{4\sqrt{2}k}{2k} = 2\sqrt{2}$$

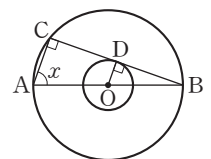
답 $2\sqrt{2}$

다른 풀이 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

작은 원과 $\overline{BC}$ 의 접점을 D라 하면 $\angle ODB = 90^\circ$

$\triangle ABC \sim \triangle OBD$ (AA 닮음)이므로

$$\angle BOD = \angle BAC = x$$



$$\begin{aligned}\overline{OD} &= k \text{라 하면 } \overline{OB} = 3k \text{이므로 } \triangle OBD \text{에서} \\ \overline{BD} &= \sqrt{(3k)^2 - k^2} = \sqrt{8k^2} = 2\sqrt{2}k \quad (\because k > 0) \\ \therefore \tan x &= \tan(\angle BOD) = \frac{\overline{BD}}{\overline{OD}} = \frac{2\sqrt{2}k}{k} = 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

유형 062 원주각의 성질과 삼각비의 값 (2)

본책 74쪽

반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용하여 직각삼각형을 찾은 후 특수한 각의 삼각비의 값을 이용하여 선분의 길이를 구한다.

346 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2 \times 3 = 6$ (cm)이므로

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= 6 \sin 30^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ (cm)} \\ \overline{BC} &= 6 \cos 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는

$$\begin{aligned}\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= 6 + 3\sqrt{3} + 3 \\ &= 9 + 3\sqrt{3} \text{ (cm)}\end{aligned}$$

답 $(9 + 3\sqrt{3})$ cm

347 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고, $\overline{AO}$ 의 연장선이 원 O와 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{BQ}$ 를 그으면 $\angle AQB = \angle APB = 45^\circ$
 $\overline{AQ}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABQ = 90^\circ$
 $\triangle AQB$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{AQ} &= \frac{10}{\sin 45^\circ} = 10 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2} \text{ (m)} \\ \therefore \overline{AO} &= \frac{1}{2} \overline{AQ} = \frac{1}{2} \times 10\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \text{ (m)}\end{aligned}$$

따라서 강당의 반지름의 길이는 $5\sqrt{2}$ m이다.

답 ④

다른 풀이 $\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$
 이때 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

$\triangle AOB$ 에서

$$\overline{AO} = 10 \cos 45^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \text{ (m)}$$

따라서 강당의 반지름의 길이는 $5\sqrt{2}$ m이다.

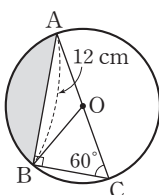
348 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\angle AOB &= 2\angle ACB \\ &= 2 \times 60^\circ = 120^\circ \quad \dots \text{ (1단계)}\end{aligned}$$

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC} = \frac{12}{\sin 60^\circ} = 12 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{OA} = \frac{1}{2} \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)} \quad \dots \text{ (2단계)}$$



따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$\begin{aligned}& (\text{부채꼴 OAB의 넓이}) - (\triangle ABO \text{의 넓이}) \\ &= \pi \times (4\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360} - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \sin(180^\circ - 120^\circ) \\ &= 16\pi - \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 16\pi - 12\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots \text{ (3단계)}\end{aligned}$$

답 $(16\pi - 12\sqrt{3})$ cm²

단계	채점 요소	비율
1	$\angle AOB$ 의 크기 구하기	20 %
2	$\overline{OA}$ 의 길이 구하기	50 %
3	색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

349 $\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$
 $\triangle ADC \sim \triangle ACB$ (AA 닮음)이므로

$$\angle ABC = \angle ACD = 60^\circ$$

$\overline{AB} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ (cm)이므로 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC} = 6\sqrt{3} \sin 60^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ (cm)}$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\overline{CD} = 9 \cos 60^\circ = 9 \times \frac{1}{2} = \frac{9}{2} \text{ (cm)} \quad \text{답 } \frac{9}{2} \text{ cm}$$

다른 풀이 $\angle CAD = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$,
 $\overline{AB} = 6\sqrt{3}$ cm이므로 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AC} = 6\sqrt{3} \cos 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC} = 6\sqrt{3} \sin 30^\circ = 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\overline{AC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD}$ 이므로

$$9 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \times \overline{CD} \quad \therefore \overline{CD} = \frac{9}{2} \text{ (cm)}$$

유형 063 원주각의 크기와 호의 길이 (1)

본책 75쪽

한 원 또는 합동인 두 원에서

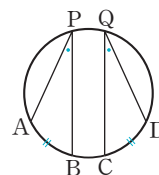
(1) 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

$$\rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD} \text{이면}$$

$$\angle APB = \angle CQD$$

(2) 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같다.

$$\rightarrow \angle APB = \angle CQD \text{ 이면 } \widehat{AB} = \widehat{CD}$$



350 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ 이므로 $\angle DCB = \angle ABC = 26^\circ$

따라서 $\triangle PCB$ 에서 $\angle APC = 26^\circ + 26^\circ = 52^\circ$

답 ①

351 $\widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$ 이므로

$$\angle CAD = \angle DAE = \angle EAB = \frac{1}{3} \angle CAB$$

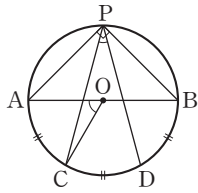
$$= \frac{1}{3} \times 57^\circ = 19^\circ$$

△CAP에서 $\angle APB = 66^\circ + 19^\circ = 85^\circ$
 또 △CAQ에서
 $\angle AQB = 66^\circ + (19^\circ + 19^\circ) = 104^\circ$
 $\therefore \angle APB + \angle AQB = 85^\circ + 104^\circ = 189^\circ$ **답 ②**

352 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 를
 그으면 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\begin{aligned} \angle APB &= 90^\circ \\ \widehat{AC} &= \widehat{CD} = \widehat{DB} \text{이므로} \\ \angle CPD &= \angle APC = \angle DPB \\ &= \frac{1}{3} \angle APB = \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ \end{aligned}$$

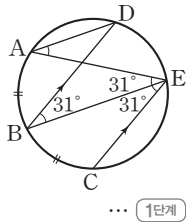
이때 $\angle AOC = 2\angle APC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이므로
 $\angle AOC + \angle CPD = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ **답 90°**



353 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면
 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\begin{aligned} \angle AEB &= \angle BEC \\ &= \frac{1}{2} \angle AEC \\ &= \frac{1}{2} \times 62^\circ = 31^\circ \end{aligned}$$

$\overline{BD} \parallel \overline{CE}$ 이므로 $\angle DBE = \angle BEC = 31^\circ$ (엇각)
 $\therefore \angle DAE = \angle DBE = 31^\circ$ **답 31°**



단계	채점 요소	비율
1	∠AEB의 크기 구하기	60 %
2	∠DAE의 크기 구하기	40 %

354 ㄱ. $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로
 $\angle BAC = \angle CAD$

ㄴ. $\angle ACB$ 와 $\angle ACD$ 의 크기가 같은지
 알 수 없다.

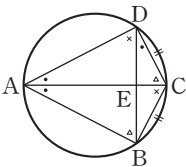
ㄷ. △BCA와 △EDA에서

$$\begin{aligned} \angle BAC &= \angle CAD, \text{ 즉 } \angle BAC = \angle EAD \\ \angle ACB &= \angle ADB, \text{ 즉 } \angle ACB = \angle ADE \\ \therefore \triangle BCA &\sim \triangle EDA \text{ (AA 답음)} \end{aligned}$$

ㄹ. △AEB와 △DEC에서

$$\begin{aligned} \angle ABD &= \angle ACD, \text{ 즉 } \angle ABE = \angle DCE \\ \angle BAC &= \angle BDC, \text{ 즉 } \angle BAE = \angle CDE \\ \therefore \triangle AEB &\sim \triangle DEC \text{ (AA 답음)} \end{aligned}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ이다. **답 ㄱ, ㄷ, ㄹ**

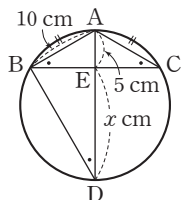


355 $\widehat{AB} = \widehat{AC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle ABC$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle ADB &= \angle ACB \text{이므로} \\ \angle ABC &= \angle ADB \end{aligned}$$

따라서 △ABE ∼ △ADB (AA 답음)이므로
 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AB}$



$\overline{DE} = x$ cm라 하면

$$\begin{aligned} 10 : (5 + x) &= 5 : 10, \quad 5(5 + x) = 100 \\ 5x &= 75 \quad \therefore x = 15 \\ \therefore \overline{DE} &= 15 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

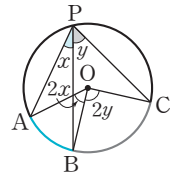
답 15 cm

유형 064 원주각의 크기와 호의 길이 (2)

☞ 본책 76쪽

한 원 또는 합동인 두 원에서 호의 길이는
 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례한다.

$$\rightarrow \widehat{AB} : \widehat{BC} = \angle APB : \angle BPC$$



356 △BDP에서

$$\angle PDB = 80^\circ - 32^\circ = 48^\circ$$

$\widehat{AD} : \widehat{BC} = \angle ABD : \angle CDB$ 이므로

$$\begin{aligned} \widehat{AD} : 12\pi &= 32 : 48, \quad 48\widehat{AD} = 384\pi \\ \therefore \widehat{AD} &= 8\pi \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 ④

357 $\angle BAC : \angle ACD = \widehat{BC} : \widehat{AD}$

$$= 4\pi : 10\pi = 2 : 5$$

이므로

$$\angle ACD = \frac{5}{2} \angle BAC = \frac{5}{2} \times 28^\circ = 70^\circ$$

따라서 △APC에서

$$\angle APC = 70^\circ - 28^\circ = 42^\circ$$

답 42°

358 $\angle APB = \frac{1}{2} \times 216^\circ = 108^\circ$

△APB에서

$$\angle PBA + \angle PAB = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

이때 $\widehat{PA} = \frac{1}{3} \widehat{PB}$ 에서 $\angle PBA = \frac{1}{3} \angle PAB$ 이므로

$$\frac{1}{3} \angle PAB + \angle PAB = 72^\circ$$

$$\frac{4}{3} \angle PAB = 72^\circ \quad \therefore \angle PAB = 54^\circ$$

답 ②

다른 풀이 $\angle POA : \angle POB = \widehat{PA} : \widehat{PB}$

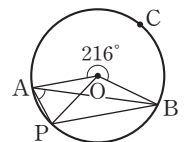
$$= 1 : 3$$

$\angle AOB = 360^\circ - 216^\circ = 144^\circ$ 이므로

$$\angle POB = \frac{3}{4} \angle AOB$$

$$= \frac{3}{4} \times 144^\circ = 108^\circ$$

$$\therefore \angle PAB = \frac{1}{2} \angle POB = \frac{1}{2} \times 108^\circ = 54^\circ$$



359 $\overline{OM} = \overline{ON}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$

... 1단계

즉 △ABC는 이등변삼각형이므로

$$\angle BAC = 180^\circ - 2 \times 63^\circ = 54^\circ$$

... 2단계

$$\begin{aligned}\widehat{AC} : \widehat{BC} &= \angle ABC : \angle BAC \text{이므로} \\ 14 : \widehat{BC} &= 63 : 54 \\ 63\widehat{BC} &= 756 \quad \therefore \widehat{BC} = 12 \text{ (cm)}\end{aligned}$$

... (3단계)
답 12 cm

단계	채점 요소	비율
1	$\widehat{AB} = \widehat{AC}$ 임을 알기	30 %
2	$\angle BAC$ 의 크기 구하기	30 %
3	$\widehat{BC}$ 의 길이 구하기	40 %

360 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{AC}$ 를 그으면
 $\angle ACD : \angle CAB = \widehat{AD} : \widehat{BC}$
 $= 4\pi : 7\pi$
 $= 4 : 7$

$\triangle ACP$ 에서 $\angle ACP + \angle CAP = 110^\circ$ 이므로

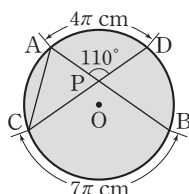
$$\begin{aligned}\angle ACD &= 110^\circ \times \frac{4}{4+7} = 40^\circ \\ \therefore \angle AOD &= 2\angle ACD = 2 \times 40^\circ = 80^\circ\end{aligned}$$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$$2\pi \times r \times \frac{80}{360} = 4\pi \quad \therefore r = 9$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 9^2 = 81\pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } 81\pi \text{ cm}^2$$



361 $\angle ABD : \angle BAC = \widehat{AD} : \widehat{BC} = 5 : 13$
 $\triangle ABQ$ 에서 $\angle ABQ + \angle BAQ = 108^\circ$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle ABQ &= 108^\circ \times \frac{5}{5+13} = 30^\circ \\ \angle BAQ &= 108^\circ \times \frac{13}{5+13} = 78^\circ\end{aligned}$$

이때 $\angle BDC = \angle BAC = 78^\circ$ 이므로 $\triangle BDP$ 에서

$$\angle BPC = 78^\circ - 30^\circ = 48^\circ \quad \text{답 } 48^\circ$$

유형 065 원주각의 크기와 호의 길이 (3)

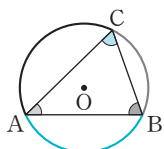
본책 77쪽

- (1) 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180° 이므로 $\widehat{AB}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{k}$ 이면

$$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{k}$$

- (2) $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = a : b : c$ 이면

$$\angle ACB : \angle BAC : \angle ABC = a : b : c$$



362 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 3 : 8 : 7$ 이므로

$$\angle z : \angle x : \angle y = 3 : 8 : 7$$

$\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$ 이므로

$$\angle x = 180^\circ \times \frac{8}{3+8+7} = 80^\circ$$

$$\angle y = 180^\circ \times \frac{7}{3+8+7} = 70^\circ$$

$$\angle z = 180^\circ \times \frac{3}{3+8+7} = 30^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y + \angle z = 80^\circ - 70^\circ + 30^\circ = 40^\circ$$

답 ④

363 $\angle APD = 36^\circ + 54^\circ + 18^\circ = 108^\circ$ 이므로

$$\widehat{AB} + \widehat{BC} + \widehat{CA} = 2\pi \times 5 \times \frac{108}{180} = 6\pi \text{ (cm)}$$

$$\therefore \widehat{PA} + \widehat{PD} = 2\pi \times 5 - 6\pi = 4\pi \text{ (cm)}$$

답 4π cm

364 오른쪽 그림과 같이 $\widehat{BC}$ 를 그으면

$\widehat{AB}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{4}$ 이므로

$$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{1}{4} = 45^\circ \quad \text{... (1단계)}$$

$\widehat{CD}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{6}$ 이므로

$$\angle DBC = 180^\circ \times \frac{1}{6} = 30^\circ \quad \text{... (2단계)}$$

따라서 $\triangle PBC$ 에서

$$\angle CPD = 45^\circ + 30^\circ = 75^\circ \quad \text{... (3단계)}$$

답 75°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle ACB$ 의 크기 구하기	40 %
2	$\angle DBC$ 의 크기 구하기	40 %
3	$\angle CPD$ 의 크기 구하기	20 %

365 $\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{HI} = \widehat{IA}$ 이므로

$$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EF} = \widehat{FG} = \widehat{GH} = \widehat{HI} = \widehat{IA}$$

즉 $\widehat{EF}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{9}$ 이므로

$$\angle EAF = 180^\circ \times \frac{1}{9} = 20^\circ \quad \text{답 } 20^\circ$$

다른 풀이 원의 중심을 O라 하면

$$\angle EOF = 360^\circ \times \frac{1}{9} = 40^\circ$$

$$\therefore \angle EAF = \frac{1}{2} \angle EOF = \frac{1}{2} \times 40^\circ = 20^\circ$$

366 $\angle ABC$ 는 $\widehat{AC}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle ABC = 180^\circ \times \frac{3}{2+7+3} = 45^\circ$$

$\angle ACB$ 는 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle ACB = 180^\circ \times \frac{2}{2+7+3} = 30^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\widehat{OA}$, $\widehat{OC}$ 를 그으면

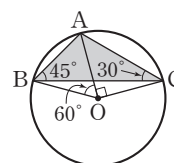
$$\angle AOB = 2\angle ACB$$

$$= 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle AOC = 2\angle ABC$$

$$= 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BOC = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$



$$\begin{aligned}
 \therefore \triangle ABC &= \triangle AOB + \triangle AOC - \triangle BOC \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \\
 &\quad - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \sin (180^\circ - 150^\circ) \\
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 8 - \frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times \frac{1}{2} \\
 &= 4\sqrt{3} + 8 - 4 = 4\sqrt{3} + 4 \text{ (cm}^2\text{)} \\
 &\quad \text{답 } (4\sqrt{3} + 4) \text{ cm}^2
 \end{aligned}$$

367 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{BE}$ 를 그으면 $\widehat{AE} = \widehat{ED}$, $\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로

$$\begin{aligned}
 \angle ACE &= \angle EBD = \angle a, \\
 \angle BEC &= \angle CAD = \angle b
 \end{aligned}$$

라 하자.

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합이 180° 이므로

$$46^\circ + \angle b + \angle b + \angle a + \angle a = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 67^\circ$$

따라서 $\triangle BQE$ 에서

$$\angle PQD = \angle a + \angle b = 67^\circ$$

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ 를 그고

$$\begin{aligned}
 \angle ACE &= \angle ECD = \angle a, \\
 \angle BDC &= \angle CAD = \angle b
 \end{aligned}$$

라 하자.

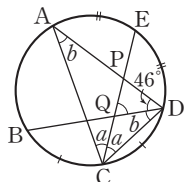
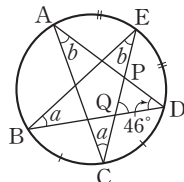
$$\triangle ACP \text{에서 } \angle CPD = \angle a + \angle b$$

$$\triangle CDQ \text{에서 } \angle PQD = \angle a + \angle b$$

$$\therefore \angle CPD = \angle PQD$$

즉 $\triangle PQD$ 는 $\overline{DP} = \overline{DQ}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PQD = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 46^\circ) = 67^\circ$$



만점 공략 노트

시침은 1시간, 즉 60분에 $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ 씩 움직이므로 1분에

$$\frac{30^\circ}{60} = 0.5^\circ \text{씩 움직인다.}$$

369 **전략** 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용하여 원의 지름을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면

$\angle AOB = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AB}$ 는 원의 지름이다.

$\triangle ABO$ 에서 $\overline{AO} = 6$ 이고

$\angle ABO = \angle ACO = 60^\circ$ 이므로

$$\overline{AB} = \frac{6}{\sin 60^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{IA} = \overline{IB} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

$\triangle ABO$ 에서 $\angle BAO = 180^\circ - (90^\circ + 60^\circ) = 30^\circ$ 이므로

$$\angle BIO = 2\angle BAO = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

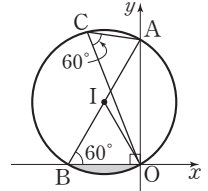
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 BIO의 넓이) - ($\triangle BOI$ 의 넓이)

$$= \pi \times (2\sqrt{3})^2 \times \frac{60}{360} - \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= 2\pi - 3\sqrt{3}$$

$$\text{답 } 2\pi - 3\sqrt{3}$$



370 **전략** 먼저 내심의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BI}$ 를 그으면 점 I가

$\triangle ABD$ 의 내심이므로

$$\angle BAI = \angle DAI, \angle ABI = \angle DBI$$

$\triangle IAB$ 에서

$$\angle BIC = \angle ABI + \angle BAI$$

이때 $\angle CBD = \angle CAD = \angle BAI$ 이므로

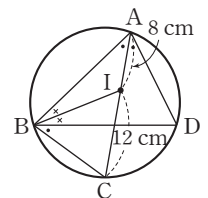
$$\angle IBC = \angle DBI + \angle CBD$$

$$= \angle ABI + \angle BAI = \angle BIC$$

따라서 $\triangle IBC$ 는 $\overline{BC} = \overline{IC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\overline{BC} = \overline{IC} = 12 \text{ (cm)}$$

$$\text{답 } 12 \text{ cm}$$



만점 유형 도전하기

본책 78~79쪽

368 **전략** 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

시침은 1분에 0.5° 씩 움직이므로 30분 동안 시침이 움직인 각의 크기는

$$0.5^\circ \times 30 = 15^\circ$$

따라서 시계가 1시 30분을 나타내고 있을 때 시침과 분침이 이루는 각의 크기는

$$30^\circ \times 5 - 15^\circ = 135^\circ$$

$$\therefore \angle APB = \frac{1}{2} \times 135^\circ = 67.5^\circ$$

$$\text{답 } 67.5^\circ$$

371 **전략** 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용하여 크기가 같은 각을 찾아 닮음인 삼각형을 찾는다.

$\angle ADB + \angle AEB = 180^\circ$ 이고 $\angle ADB + \angle ADE = 180^\circ$ 이므로

$$\angle AEB = \angle ADE$$

즉 $\triangle ADE$ 는 $\overline{AD} = \overline{AE}$ 인 이등변삼각형이다.

또 $\angle ACB = \angle AEB$ 이고 $\angle BDC = \angle ADE$ (맞꼭지각)이므로

$$\angle ACB = \angle BDC$$

$\triangle ABC$ 와 $\triangle BDC$ 에서

$$\angle C \text{는 공통, } \angle ABC = \angle ACB = \angle BDC$$

이므로 $\triangle ABC \sim \triangle BDC$ (AA 닮음)

이때 $\overline{BC} = x$ 라 하면 $3\overline{AE} = 8\overline{BC}$ 에서

$$\overline{AE} = \frac{8}{3}\overline{BC} = \frac{8}{3}x \quad \therefore \overline{AD} = \overline{AE} = \frac{8}{3}x$$

$\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로

$$\left(\frac{8}{3}x + \frac{3}{2}\right) : x = x : \frac{3}{2}$$

$$x^2 = 4x + \frac{9}{4}, \quad 4x^2 - 16x - 9 = 0$$

$$(2x+1)(2x-9) = 0 \quad \therefore x = \frac{9}{2} (\because x > 0)$$

$$\therefore \overline{BC} = \frac{9}{2}$$

답 $\frac{9}{2}$

372 **전략** 보조선을 그은 후 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용한다.

$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 90^\circ) = 45^\circ$$

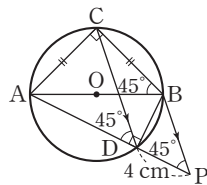
$$\therefore \angle ADC = \angle ABC = 45^\circ$$

$\overline{CD} \parallel \overline{BP}$ 이므로 $\angle APB = \angle ADC = 45^\circ$ (동위각)

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$\angle ADB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle BDP$ 에서

$$\begin{aligned} \overline{BP} &= \frac{4}{\cos 45^\circ} \\ &= 4 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2} \text{ (cm)} \end{aligned}$$



답 $4\sqrt{2}$ cm

373 **전략** $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 60° 가 되도록 하는 원을 생각해 본다.

$\overline{AB}$ 의 수직이등분선 위의 점 O에 대하여

$\angle AOB = 120^\circ$ 일 때, 중심이 점 O이고

두 점 A, B를 지나는 원을 그리면 $\widehat{AB}$ 에

대한 원주각의 크기가 60° 이므로

$\angle APB \geq 60^\circ$ 를 만족시키는 점 P의 영

역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같다.

$\triangle ABO$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로

$$\angle OAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$$

점 O에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2} \times 30 = 15 \text{ (m)}$$

이므로 $\triangle AHO$ 에서

$$\overline{OA} = \frac{15}{\cos 30^\circ} = 15 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \text{ (m)}$$

따라서 포토 존의 최대 넓이는

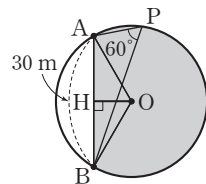
(큰 부채꼴의 넓이) + ($\triangle ABO$ 의 넓이)

$$= \pi \times (10\sqrt{3})^2 \times \frac{360 - 120}{360}$$

$$+ \frac{1}{2} \times 10\sqrt{3} \times 10\sqrt{3} \times \sin (180^\circ - 120^\circ)$$

$$= 200\pi + 75\sqrt{3} \text{ (m}^2\text{)}$$

답 $(200\pi + 75\sqrt{3}) \text{ m}^2$



374 **전략** 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용하여 직각삼각형을 찾은 후 삼각비를 이용하여 선분의 길이를 구한다.

$\overline{BO}$, $\overline{BC}$ 는 각각 두 원 O', O의 지름이므로

$$\angle BDO = 90^\circ, \angle BAC = 90^\circ$$

$\triangle BOD$ 에서

$$\overline{BD} = \overline{BO} \cos 30^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{OD} = \overline{BO} \sin 30^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ (cm)}$$

또 $\triangle ABC$ 에서

$$\overline{AB} = \overline{BC} \cos 30^\circ = 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AC} = \overline{BC} \sin 30^\circ = 16 \times \frac{1}{2} = 8 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AD} = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

한편 $\triangle ADC$ 에서

$$\overline{CD} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 8^2} = \sqrt{112} = 4\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

이때 $\angle AOC = 2\angle ABC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$ 이고

$\angle DOB = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$ 이므로

$$\angle DOA = 180^\circ - (60^\circ + 60^\circ) = 60^\circ$$

따라서 $\triangle DOC$ 에서 $\overline{OE}$ 는 $\angle DOC$ 의 이등분선이므로

$$\overline{DE} : \overline{CE} = \overline{OD} : \overline{OC} = 4 : 8 = 1 : 2$$

$$\therefore \overline{CE} = \frac{2}{1+2} \overline{CD} = \frac{2}{3} \times 4\sqrt{7} = \frac{8\sqrt{7}}{3} \text{ (cm)}$$

답 $\frac{8\sqrt{7}}{3}$ cm

375 **전략** 호의 길이를 문자로 놓고 한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합이 180° 임을 이용한다.

$\widehat{AD} = \widehat{DB} = a$, $\widehat{BE} = \widehat{EC} = b$, $\widehat{CF} = \widehat{FA} = c$ 라 하면

$\angle DEF = 61^\circ$ 이므로

$$180^\circ \times \frac{a+c}{2a+2b+2c} = 61^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 180^\circ \times \frac{2b}{2a+2b+2c}$$

$$= 180^\circ \times \frac{(2a+2b+2c) - (2a+2c)}{2a+2b+2c}$$

$$= 180^\circ \times \left\{ 1 - \frac{2(a+c)}{2a+2b+2c} \right\}$$

$$= 180^\circ - 2 \times 61^\circ = 58^\circ$$

답 58°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$,

$\overline{CE}$ 를 그으면 $\widehat{AD} = \widehat{DB}$, $\widehat{BE} = \widehat{EC}$,

$\widehat{CF} = \widehat{FA}$ 이므로

$$\angle AED = \angle DEB = \angle a,$$

$$\angle BAE = \angle EAC = \angle b,$$

$$\angle CEF = \angle FEA = \angle c$$

라 하자.

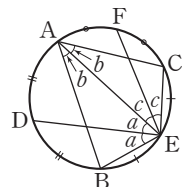
한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합이 180° 이므로

$$2\angle a + 2\angle b + 2\angle c = 180^\circ$$

이때 $\angle DEF = 61^\circ$ 에서 $\angle a + \angle c = 61^\circ$ 이므로

$$2\angle b = 180^\circ - 2(\angle a + \angle c) = 180^\circ - 2 \times 61^\circ = 58^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 2\angle b = 58^\circ$$



376 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

$$\angle AOB = 2\angle APB = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

이때 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 $\widehat{AB} = 4\pi$ cm이므로

$$2\pi \times r \times \frac{72}{360} = 4\pi \quad \therefore r = 10$$

따라서 원 O의 넓이는

$$\pi \times 10^2 = 100\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ⑤

377 전략 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 긋고 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle AOB &= 2\angle ACB \\ &= 2 \times 30^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

이때 $\triangle OAB$ 는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

즉 $\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로

$$\overline{AB} = \overline{OA} = 6 \text{ (cm)}$$

답 ④

378 전략 $\overline{OD}$ 를 긋고 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$ 를 그으면

$$\angle AOD = 2\angle ABD = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$$

점 C에서 $\overline{OD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

$$\overline{OH} = \frac{1}{2}\overline{OD} = \frac{1}{2} \times 12 = 6 \text{ (cm)}$$

$\triangle COH$ 에서

$$\overline{CO} = \frac{6}{\cos 30^\circ} = 6 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

따라서 원 C의 넓이는

$$\pi \times (4\sqrt{3})^2 = 48\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ④

379 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

$$\angle x = 2\angle BCD = 2 \times 68^\circ = 136^\circ$$

이때 $\widehat{BCD}$ 에 대한 중심각의 크기는 $360^\circ - 136^\circ = 224^\circ$ 이므로

$$\angle y = \frac{1}{2} \times 224^\circ = 112^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 136^\circ - 112^\circ = 24^\circ$$

답 ①

380 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

$\angle x = \angle ADB = 17^\circ$ 이므로 $\triangle PBC$ 에서

$$17^\circ + \angle y = 65^\circ \quad \therefore \angle y = 48^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 48^\circ - 17^\circ = 31^\circ$$

답 ②

381 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ADC$ 에서

$$\angle BAE = \angle DAC,$$

$$\angle ABC = \angle ADC, \text{ 즉}$$

$$\angle ABE = \angle ADC$$

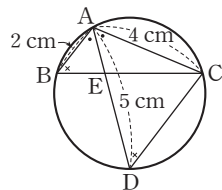
이므로 $\triangle ABE \sim \triangle ADC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$ 이므로

$$2 : 5 = \overline{AE} : 4, \quad 5\overline{AE} = 8 \quad \therefore \overline{AE} = \frac{8}{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{DE} = 5 - \frac{8}{5} = \frac{17}{5} \text{ (cm)}$$

답 ②



382 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 그으면 $\overline{AD}$ 가

원 O의 지름이므로

$$\angle ACD = 90^\circ$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\begin{aligned} \angle BDC &= 180^\circ - (34^\circ + 90^\circ + 23^\circ) \\ &= 33^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\widehat{BC}$ 에 대한 중심각의 크기는

$$2\angle BDC = 2 \times 33^\circ = 66^\circ$$

답 ⑤

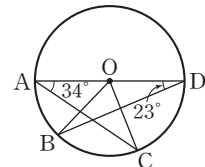
다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$, $\overline{CO}$ 를 그으면

$$\angle COD = 2\angle CAD = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$$

$$\angle AOB = 2\angle ADB = 2 \times 23^\circ = 46^\circ$$

따라서 $\widehat{BC}$ 에 대한 중심각의 크기는

$$\angle BOC = 180^\circ - (68^\circ + 46^\circ) = 66^\circ$$



383 전략 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용한다.

$\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로 $\angle ACB = 90^\circ$

$\triangle PEC$ 에서 $\angle CPE = 114^\circ - 90^\circ = 24^\circ$

$$\therefore \angle APB = 2 \times 24^\circ = 48^\circ$$

$\overline{AP}$ 는 반원 O의 접선이므로 $\angle PAB = 90^\circ$

따라서 $\triangle PAB$ 에서

$$\angle CBA = 180^\circ - (90^\circ + 48^\circ) = 42^\circ$$

답 ②

384 전략 $\triangle BCD$ 와 닮음인 삼각형을 찾는다.

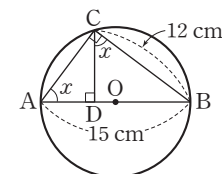
$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

따라서 $\triangle ABC \sim \triangle CBD$ (AA 닮음)

이므로

$$\angle BAC = \angle BCD = x$$



△ABC에서

$$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9 \text{ (cm)}$$

$$\text{따라서 } \sin x = \sin(\angle BAC) = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5},$$

$$\cos x = \cos(\angle BAC) = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5} \text{ 이므로}$$

$$\sin x - \cos x = \frac{4}{5} - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}$$

답 ③

385 **전략** 한 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\overline{AB}$

가 반원 O의 지름이므로

$$\angle ADB = 90^\circ$$

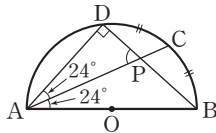
$\widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로

$$\angle CAD = \angle BAC = 24^\circ$$

따라서 △APD에서

$$\angle APD = 180^\circ - (90^\circ + 24^\circ) = 66^\circ$$

답 ④



386 **전략** 원주각의 크기와 호의 길이 사이의 관계를 이용한다.

$$\angle BCA : \angle CAD = \widehat{AB} : \widehat{CD} = 5 : 2 \text{ 이므로}$$

$$\angle CAD = \frac{2}{5} \angle BCA$$

△ACP에서 $42^\circ + \angle CAD = \angle BCA$ 이므로

$$42^\circ + \frac{2}{5} \angle BCA = \angle BCA$$

$$\frac{3}{5} \angle BCA = 42^\circ \quad \therefore \angle BCA = 70^\circ$$

$$\therefore \angle BDA = \angle BCA = 70^\circ$$

따라서 $\angle CAD = \frac{2}{5} \times 70^\circ = 28^\circ$ 이므로 △AED에서

$$\angle AED = 180^\circ - (28^\circ + 70^\circ) = 82^\circ$$

답 ①

387 **전략** $\overline{BC}$ 를 긋고 $\angle ABC$, $\angle CBD$ 의 크기를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

$$= \frac{1}{2} \times 54^\circ = 27^\circ$$

$\overline{AB}$ 가 반원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

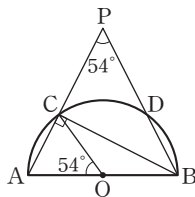
△PCB에서

$$\angle CBD = 90^\circ - 54^\circ = 36^\circ$$

$$\therefore \widehat{AC} : \widehat{CD} = \angle ABC : \angle CBD$$

$$= 27 : 36 = 3 : 4$$

답 ③



만점 공략 노트

호의 길이는 그 호에 대한 중심각의 크기에 정비례하므로 중심각의 크기를 이용하여 구할 수도 있다.

$$\angle COD = 2\angle CBD = 2 \times 36^\circ = 72^\circ \text{ 이므로}$$

$$\widehat{AC} : \widehat{CD} = \angle AOC : \angle COD = 54 : 72 = 3 : 4$$

388 **전략** 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$ 를 그으면

$\angle AFE = 90^\circ$ 이므로 $\overline{AE}$ 는 원 O의 지름이다.

$$\angle BAC = 60^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC$$

$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

$$\angle EAF = 45^\circ \text{ 이므로}$$

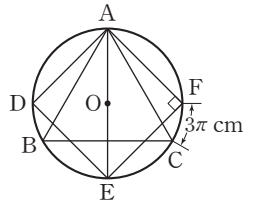
$$\angle CAF = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$$

따라서 $\widehat{CF} : (\widehat{AD} + \widehat{DB}) = \angle CAF : \angle ACB$ 이므로

$$3\pi : (\widehat{AD} + \widehat{DB}) = 15 : 60$$

$$\therefore \widehat{AD} + \widehat{DB} = 12\pi \text{ (cm)}$$

답 ⑤



만점 공략 노트

정삼각형은 외심과 내심이 일치하므로 점 O는 정삼각형 ABC의 내심이다.

따라서 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이므로

$$\angle BAE = \angle CAE = \frac{1}{2} \angle BAC$$

$$= \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$$

389 **전략** 원주각과 중심각의 크기 사이의 관계와 이등변삼각형의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$ 를 그으면

△OCA는 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 29^\circ$$

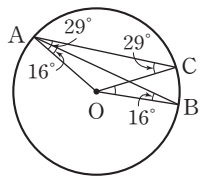
또 △OBA는 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OAB = \angle OBA = 16^\circ$$

따라서 $\angle BAC = 29^\circ - 16^\circ = 13^\circ$ 이므로

$$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 13^\circ = 26^\circ$$

답 26°



390 **전략** 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 D를 잡으면

$\widehat{ADC}$ 에 대한 중심각의 크기는

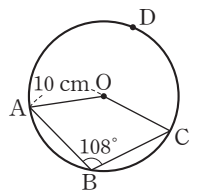
$$2\angle ABC = 2 \times 108^\circ = 216^\circ$$

이므로

$$\angle AOC = 360^\circ - 216^\circ = 144^\circ$$

$$\therefore \widehat{AB} + \widehat{BC} = 2\pi \times 10 \times \frac{144}{360} = 8\pi \text{ (cm)}$$

답 8π cm



391 **전략** $\overline{BQ}$ 를 긋고 반원에 대한 원주각의 크기는 90° 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$ 를 그으면 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle AQB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle RQB$$

$$= 180^\circ - (x + 90^\circ)$$

$$= 90^\circ - x$$

또 $\triangle AQP$ 는 $\overline{AP} = \overline{AQ}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle APQ = \angle AQP = x$$

$\triangle PAR$ 에서 $\angle PAR = 90^\circ$ 이므로

$$\angle PRA = 90^\circ - x$$

따라서 $\triangle BRQ$ 는 $\overline{BQ} = \overline{BR}$ 인 이등변삼각형이다.

한편 $\overline{AQ} = \overline{AP} = 6$ (cm), $\overline{AB} = 2 \times 5 = 10$ (cm)이므로

$\triangle ABQ$ 에서

$$\overline{BQ} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8 \text{ (cm)}$$

$\overline{BR} = \overline{BQ} = 8$ (cm)이므로

$$\overline{AR} = \overline{AB} + \overline{BR} = 10 + 8 = 18 \text{ (cm)}$$

$\triangle PAR$ 에서

$$\overline{PR} = \sqrt{6^2 + 18^2} = \sqrt{360} = 6\sqrt{10} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \sin x = \sin(\angle APR)$$

$$= \frac{\overline{AR}}{\overline{PR}} = \frac{18}{6\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$\text{답 } \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

392 전략 원에서 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같음을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 긋고 $\angle ACD = \angle x$

라 하면

$$\angle ABD = \angle ACD = \angle x$$

$\triangle ACP$ 에서

$$\angle BAC = \angle x + 36^\circ$$

$\widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ 이므로

$$\angle ACB = \angle BAC = \angle CBD$$

$$= \angle x + 36^\circ$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서

$$(\angle x + 36^\circ) + \{\angle x + (\angle x + 36^\circ)\} + (\angle x + 36^\circ)$$

$$= 180^\circ$$

$$4\angle x + 108^\circ = 180^\circ, \quad 4\angle x = 72^\circ$$

$$\therefore \angle x = 18^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 18^\circ + 36^\circ = 54^\circ$$

$$\text{답 } 54^\circ$$

393 전략 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

$$\angle ACB : \angle CBD = \widehat{AB} : \widehat{CD} = 5 : 4$$

이때 $\triangle BCE$ 는 $\angle BEC = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로

$$\angle ACB + \angle CBD = 90^\circ$$

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ \times \frac{5}{5+4} = 50^\circ$$

$$\text{답 } 50^\circ$$

394 전략 호의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{1}{k}$ 이면 그 호에 대한 원주각의 크기는 $180^\circ \times \frac{1}{k}$ 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면 $\widehat{AC}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{2}{12}$ 이므로

$$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{2}{12} = 30^\circ$$

$\widehat{DB}$ 의 길이는 원의 둘레의 길이의 $\frac{5}{12}$ 이므로

$$\angle DAB = 180^\circ \times \frac{5}{12} = 75^\circ$$

따라서 $\triangle ADP$ 에서

$$\angle APC = 30^\circ + 75^\circ = 105^\circ$$

$$\text{답 } 105^\circ$$

395 전략 원에서 한 호에 대한 원주각의 크기는 그 호에 대한 중심각의 크기의 $\frac{1}{2}$ 임을 이용한다.

$\triangle ABP$ 에서

$$\angle BAP = 73^\circ - 18^\circ = 55^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$ 를 그으면

$$\angle BOC = 2\angle BAC$$

$$= 2 \times 55^\circ = 110^\circ \quad \dots \text{ (2단계)}$$

이때 $\triangle OBC$ 는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 110^\circ) = 35^\circ$$

$$\dots \text{ (3단계)}$$

$$\text{답 } 35^\circ$$

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BAP$ 의 크기 구하기	1점
2	$\angle BOC$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle OCB$ 의 크기 구하기	1점

396 전략 삼각형의 합동을 이용하여 $\square ABCD$ 가 어떤 사각형인지 파악한다.

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ABC = \angle CDA = 90^\circ$$

$\widehat{AB} = \widehat{CD}$ 에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로

$$\triangle ABC \equiv \triangle CDA \text{ (RHS 합동)}$$

따라서 $\square ABCD$ 는 한 내각의 크기가 90° 인 평행사변형이므로 직사각형이다.

$$\dots \text{ (1단계)}$$

이때 $\overline{AB} = \overline{DC} = 2a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{DE} = 3a$

$\triangle ECD$ 에서

$$\overline{EC} = \sqrt{(3a)^2 - (2a)^2} = \sqrt{5a^2} = \sqrt{5}a \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{EC} = 3a - \sqrt{5}a = (3 - \sqrt{5})a$$

$$\dots \text{ (2단계)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \tan x &= \frac{\overline{AB}}{\overline{BE}} = \frac{2a}{(3 - \sqrt{5})a} \\ &= \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\dots \text{ (3단계)}$$

$$\text{답 } \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

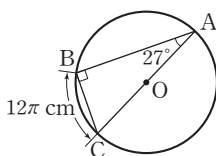
단계	채점 요소	배점
1	□ABCD가 직사각형을 알기	3점
2	$\overline{AB}=2a$ 로 놓고 BE의 길이를 a 에 대한 식으로 나타내기	2점
3	$\tan x$ 의 값 구하기	1점

397 **전략** 원에서 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례함을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 그으면 $\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ABC = 90^\circ$$

... (1단계)



△ABC에서

$$\begin{aligned}\angle ACB &= 180^\circ - (90^\circ + 27^\circ) \\ &= 63^\circ\end{aligned}$$

... (2단계)

$\widehat{AB} : \widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$ 이므로

$$\widehat{AB} : 12\pi = 63 : 27$$

$$\therefore \widehat{AB} = 28\pi \text{ (cm)}$$

... (3단계)

답 $28\pi \text{ cm}$

단계	채점 요소	배점
1	$\angle ABC = 90^\circ$ 임을 알기	1점
2	$\angle ACB$ 의 크기 구하기	1점
3	$\widehat{AB}$ 의 길이 구하기	2점

398 **전략** 원주각의 크기와 호의 길이의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BE}$ 를 그으면

$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle AEB = 90^\circ$$

이때 $\widehat{AC} = \widehat{CD} = \widehat{DB}$ 이므로

$$\begin{aligned}\angle AEC &= \angle CED = \angle DEB \\ &= \frac{1}{3} \angle AEB \\ &= \frac{1}{3} \times 90^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

$$\therefore \angle x = 30^\circ$$

... (1단계)

또 $\angle ABE : \angle BAE = \widehat{AE} : \widehat{BE} = 2 : 3$ 이고

$\angle ABE + \angle BAE = 90^\circ$ 이므로

$$\angle BAE = 90^\circ \times \frac{3}{2+3} = 54^\circ$$

$\overline{AB}$ 와 $\overline{DE}$ 가 만나는 점을 P라 하면 △APE에서

$$\angle y = 54^\circ + (30^\circ + 30^\circ) = 114^\circ$$

... (2단계)

$$\therefore \angle y - \angle x = 114^\circ - 30^\circ = 84^\circ$$

... (3단계)

답 84°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle x$ 의 크기 구하기	2점
2	$\angle y$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle y - \angle x$ 의 크기 구하기	1점

05 원주각의 활용

II. 원의 성질

SELF CHECK

본책 84쪽

A $\angle x = \angle BAC = 31^\circ$

답 31°

B $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 이므로

$$82^\circ + \angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 98^\circ$$

답 98°

C $\angle B + \angle D = 180^\circ$ 이므로

$$\angle x + 70^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 110^\circ$$

답 110°

D $\angle x = \angle ABT = 50^\circ$

답 50°

내신 유형 다지기

본책 85~93쪽

유형 066 네 점이 한 원 위에 있을 조건

본책 85쪽

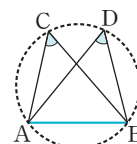
두 점 C, D가 $\overline{AB}$ 에 대하여 같은 쪽에 있을 때,

(1) $\angle ACB = \angle ADB$

→ 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

(2) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있다.

→ $\angle ACB = \angle ADB$



399 $\angle BAC = \angle BDC = 90^\circ$ 이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

나. $\angle ABD \neq \angle ACD$ 이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

다. △BCD에서

$$\angle BDC = 180^\circ - (39^\circ + 63^\circ + 39^\circ) = 39^\circ$$

즉 $\angle BAC = \angle BDC = 39^\circ$ 이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

리. $\angle BAC \neq \angle BDC$ 이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

이상에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 나, 리이다.

답 ②

400 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$$\angle y = \angle CBD = 21^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BAC = 100^\circ - 21^\circ = 79^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 79^\circ - 21^\circ = 58^\circ$$

답 58°

401 △PCA에서

$$\angle PCA = 58^\circ - 27^\circ = 31^\circ$$

... (1단계)

이때 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle ADB = \angle BCA = 31^\circ$ 이어야 한다.

... (2단계)

따라서 △AQD에서

$$\angle DQC = 58^\circ + 31^\circ = 89^\circ$$

... (3단계)

답 89°

단계	채점 요소	비율
1	∠PCA의 크기 구하기	30 %
2	∠ADB의 크기 구하기	40 %
3	∠DQC의 크기 구하기	30 %

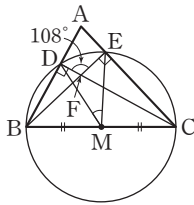
402 $\angle BDC = \angle BEC = 90^\circ$ 이므로

오른쪽 그림과 같이 네 점 B, C, E, D는

한 원 위에 있고, $\overline{BC}$ 는 이 원의 지름이다.

이때 $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M은 원의 중

심이다.



$$\angle DBF = 108^\circ - 90^\circ = 18^\circ$$

$$\therefore \angle DME = 2\angle DBE = 2 \times 18^\circ = 36^\circ$$

답 36°

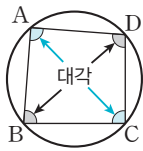
유형 067 원에 내접하는 사각형의 성질 (1)

본책 85쪽

원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180° 이다.

$$\rightarrow \angle A + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle B + \angle D = 180^\circ$$



403 $\angle BAC = \angle BDC = 43^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$(43^\circ + \angle x) + 95^\circ = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 42^\circ$$

△ABD에서

$$(43^\circ + 42^\circ) + \angle y + 57^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle y = 38^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 42^\circ - 38^\circ = 4^\circ$$

답 ①

다른 풀이 $\angle x = \angle CBD = 180^\circ - (43^\circ + 95^\circ) = 42^\circ$

이때 $\angle ACB = \angle ADB = 57^\circ$ 이므로

$$\angle y = \angle ACD = 95^\circ - 57^\circ = 38^\circ$$

$$\therefore \angle x - \angle y = 42^\circ - 38^\circ = 4^\circ$$

404 $\angle BOD = 2\angle BCD = 2 \times 74^\circ = 148^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

□ABOD에서

$$106^\circ + \angle x + 148^\circ + \angle y = 360^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 106^\circ$$

답 106°

405 $\angle x = \angle ECD = 27^\circ$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$100^\circ + (\angle y + 27^\circ) = 180^\circ \quad \therefore \angle y = 53^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 53^\circ - 27^\circ = 26^\circ$$

답 ④

406 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

△OCB와 △OCD는 각각 이등변삼각형

이므로

$$\angle OCB = \angle OBC = 23^\circ$$

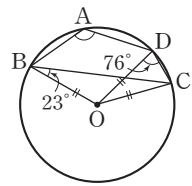
$$\angle OCD = \angle ODC = 76^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 76^\circ - 23^\circ = 53^\circ$$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$$

답 ⑤



407 $\widehat{AB} = \widehat{AD}$ 이므로

$$\angle ABD = \angle ADB = \angle x$$

$\angle DBC : \angle ABD = 4 : 3$ 에서

$$\angle DBC = \frac{4}{3} \angle ABD = \frac{4}{3} \angle x$$

... (1단계)

$\overline{BC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle BDC = 90^\circ$$

... (2단계)

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$$(\angle x + \frac{4}{3} \angle x) + (\angle x + 90^\circ) = 180^\circ$$

$$\frac{10}{3} \angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 27^\circ$$

... (3단계)

답 27°

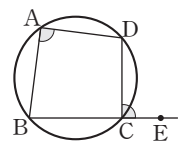
단계	채점 요소	비율
1	∠ABD, ∠DBC의 크기를 ∠x에 대한 식으로 나타내기	30 %
2	∠BDC의 크기 구하기	30 %
3	∠x의 크기 구하기	40 %

유형 068 원에 내접하는 사각형의 성질 (2)

본책 86쪽

원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 외각에 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같다.

$$\rightarrow \angle DCE = \angle A$$



408 □ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle DCP = \angle BAD = 78^\circ$$

따라서 △DCP에서

$$\angle ADC = 78^\circ + 34^\circ = 112^\circ$$

답 112°

다른 풀이 △ABP에서

$$\angle ABP = 180^\circ - (78^\circ + 34^\circ) = 68^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

409 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle ADC = \angle ABE = 53^\circ$$

$$\therefore \angle x = 53^\circ - 22^\circ = 31^\circ$$

$\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ABD = 90^\circ$

△ABD에서

$$\angle A = 180^\circ - (90^\circ + 22^\circ) = 68^\circ$$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - 68^\circ = 112^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 112^\circ - 31^\circ = 81^\circ$$

답 ①

410 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$ 를 그으면

△OBC는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BOC = 180^\circ - 2 \times 52^\circ = 76^\circ$$

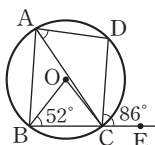
$$\therefore \angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 76^\circ = 38^\circ$$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAD = \angle DCE = 86^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = 86^\circ - 38^\circ = 48^\circ$$

답 ③



411 $\widehat{ABC}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{4}{9}$ 이므로

$$\angle ADC = 180^\circ \times \frac{4}{9} = 80^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

$\widehat{BCD}$ 의 길이가 원의 둘레의 길이의 $\frac{7}{12}$ 이므로

$$\angle BAD = 180^\circ \times \frac{7}{12} = 105^\circ$$

□ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle y = \angle BAD = 105^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 100^\circ + 105^\circ = 205^\circ$$

답 205°

유형 069 원에 내접하는 다각형

본책 87쪽

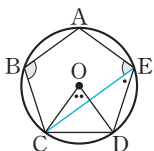
원에 내접하는 다각형에서 각의 크기를 구할 때에는 보조선을 그어 원에 내접하는 사각형을 만든다.

예 원 O에 내접하는 오각형 ABCDE에서

$\overline{CE}$ 를 그으면

$$(1) \angle B + \angle AEC = 180^\circ$$

$$(2) \angle COD = 2 \angle CED$$



412 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$ 를 그으면

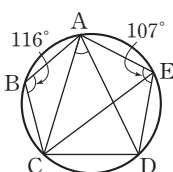
□ABCE가 원에 내접하므로

$$\angle AEC = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

$$\therefore \angle CED = 107^\circ - 64^\circ = 43^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \angle CED = 43^\circ$$

답 ③



다른 풀이 □ABCD가 원에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

□ACDE가 원에 내접하므로

$$\angle ACD = 180^\circ - 107^\circ = 73^\circ$$

따라서 △ACD에서

$$\angle CAD = 180^\circ - (73^\circ + 64^\circ) = 43^\circ$$

413 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CF}$ 를 그으면

□ABCF가 원에 내접하므로

$$\angle AFC = 180^\circ - 113^\circ = 67^\circ \quad \dots \text{1단계}$$

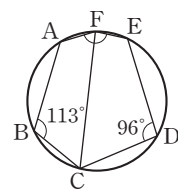
또 □CDEF가 원에 내접하므로

$$\angle CFE = 180^\circ - 96^\circ = 84^\circ \quad \dots \text{2단계}$$

$$\therefore \angle AFE = 67^\circ + 84^\circ = 151^\circ$$

... 3단계

답 151°



단계	채점 요소	비율
1	∠AFC의 크기 구하기	40 %
2	∠CFE의 크기 구하기	40 %
3	∠AFE의 크기 구하기	20 %

414 □ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle CDA = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$$

$\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이므로 $\angle ACD = 90^\circ$

△ACD에서

$$\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 63^\circ) = 27^\circ$$

$$\therefore \angle CAE = 2 \angle CAD = 2 \times 27^\circ = 54^\circ$$

따라서 △ACP에서

$$\angle DPE = 180^\circ - (54^\circ + 90^\circ) = 36^\circ$$

답 36°

415 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$, $\overline{BF}$ 를 그으면

$$\angle EBF = \frac{1}{2} \angle EOF$$

$$= \frac{1}{2} \times 48^\circ = 24^\circ$$

이때 $\overline{AF} = \overline{EF}$ 이므로

$$\angle ABF = \angle EBF = 24^\circ$$

또 □BCDE가 원 O에 내접하므로

$$\angle CBE + \angle CDE = 180^\circ$$

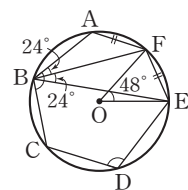
$$\therefore \angle ABC + \angle CDE$$

$$= \angle ABF + \angle EBF + \angle CBE + \angle CDE$$

$$= 24^\circ + 24^\circ + 180^\circ$$

$$= 228^\circ$$

답 ②

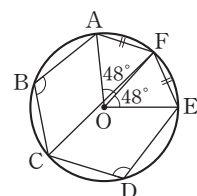


다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$ 를 그

으면 $\overline{AF} = \overline{EF}$ 이므로

$$\angle AOF = \angle EOF = 48^\circ$$

이때 △AOF, △FOE는 이등변삼각형이므로



$$\angle OFA = \angle OFE = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

$$\therefore \angle AFE = 66^\circ + 66^\circ = 132^\circ$$

또 $\overline{CF}$ 를 그으면 $\square BCFA$, $\square CDEF$ 는 원 O에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - \angle AFC$$

$$\angle CDE = 180^\circ - \angle CFE$$

$$\begin{aligned} \therefore \angle ABC + \angle CDE &= 360^\circ - (\angle AFC + \angle CFE) \\ &= 360^\circ - \angle AFE \\ &= 360^\circ - 132^\circ = 228^\circ \end{aligned}$$

유형 070 원에 내접하는 사각형의 성질의 응용 본책 87쪽

$\square ABCD$ 가 원에 내접할 때

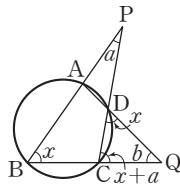
(1) $\angle CDQ = \angle ABC = \angle x$

(2) $\triangle PBC$ 에서

$$\angle PCQ = \angle x + \angle a$$

(3) $\triangle DCQ$ 에서

$$\angle x + (\angle x + \angle a) + \angle b = 180^\circ$$



416 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle CDQ = \angle ABC = \angle x$$

$\triangle PBC$ 에서 $\angle PCQ = \angle x + 29^\circ$

$\triangle DCQ$ 에서

$$\angle x + (\angle x + 29^\circ) + 43^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 108^\circ \quad \therefore \angle x = 54^\circ$$

답 54°

417 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

$\triangle ABQ$ 에서

$$\angle PAD = 70^\circ + 22^\circ = 92^\circ$$

따라서 $\triangle PAD$ 에서

$$\angle APD = 110^\circ - 92^\circ = 18^\circ$$

답 ②

418 $\angle PDA = \angle QDC = \angle a$ 라 하면

$\triangle PAD$ 에서 $\angle BAD = \angle a + 34^\circ$

$\triangle QDC$ 에서 $\angle BCD = \angle a + 46^\circ$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$(\angle a + 34^\circ) + (\angle a + 46^\circ) = 180^\circ$$

$$2\angle a = 100^\circ \quad \therefore \angle a = 50^\circ$$

$$\therefore \angle BCD = 50^\circ + 46^\circ = 96^\circ$$

답 96°

다른 풀이 $\angle BCD = \angle x$ 라 하면

$$\angle DCQ = 180^\circ - \angle x$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle DAP = \angle BCD = \angle x$$

$\triangle ADP$ 에서 $\angle ADC = 34^\circ + \angle x$

$\triangle DCQ$ 에서

$$46^\circ + (180^\circ - \angle x) = 34^\circ + \angle x$$

$$2\angle x = 192^\circ \quad \therefore \angle x = 96^\circ$$

유형 071 두 원에서 내접하는 사각형의 성질의 응용

본책 88쪽

$\square ABQP$ 와 $\square PQCD$ 가 각각 원에 내접할 때

(1) $\angle BAP = \angle PQC = \angle CDE$

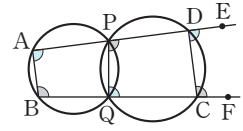
$$\angle ABQ = \angle QPD = \angle DCF$$

(2) $\angle BAP + \angle PDC = 180^\circ$

$$\angle ABQ + \angle QCD = 180^\circ$$

(3) $\angle BAP = \angle CDE$ (동위각)이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$$



419 ① $\square PQCD$ 가 원 O'에 내접하므로

$$\angle PQC = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

② $\angle QCD$ 의 크기는 알 수 없다.

③ $\square ABQP$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAP = \angle PQC = 95^\circ$$

④, ⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$$\angle BAP = \angle PQC$$

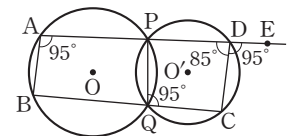
$$= \angle CDE = 95^\circ$$

즉 동위각의 크기가 같으므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$$

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④



420 $\square ABQP$ 가 원 O₁에 내접하므로

$$\angle PQS = \angle PAB = 91^\circ$$

$$\angle RPQ = \angle ABQ = 87^\circ$$

$\square PQSR$ 가 원 O₂에 내접하므로

$$\angle RSC = \angle RPQ = 87^\circ$$

$$\angle DRS = \angle PQS = 91^\circ$$

... 1단계

$\square RSCD$ 가 원 O₃에 내접하므로

$$\angle x = 180^\circ - 91^\circ = 89^\circ$$

... 2단계

$$\angle y = \angle RSC = 87^\circ$$

... 3단계

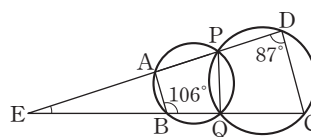
$$\therefore \angle x + \angle y = 89^\circ + 87^\circ = 176^\circ$$

... 4단계

답 176°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle RSC$, $\angle DRS$ 의 크기 구하기	50 %
2	$\angle x$ 의 크기 구하기	20 %
3	$\angle y$ 의 크기 구하기	20 %
4	$\angle x + \angle y$ 의 크기 구하기	10 %

421



위의 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 그으면 $\square PQCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BQP = \angle PDC = 87^\circ$$

□ABQP가 원에 내접하므로

$$\angle EAB = \angle BQP = 87^\circ$$

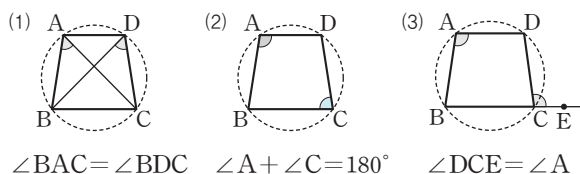
따라서 △AEB에서

$$\angle AEB = 106^\circ - 87^\circ = 19^\circ$$

답 19°

유형 072 사각형이 원에 내접하기 위한 조건 (본책 88쪽)

다음의 각 경우에 □ABCD는 원에 내접한다.



422 ㄱ. $\angle BAC \neq \angle BDC$ 이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

ㄴ. $\angle ADC$ 와 $\angle BCD$ 의 크기를 알 수 없으므로 □ABCD가 원에 내접하는지 알 수 없다.

ㄷ. △ABC에서

$$\angle B = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$

즉 $\angle B + \angle D = 80^\circ + 100^\circ = 180^\circ$ 이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

ㄹ. $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 72^\circ = 108^\circ$$

즉 $\angle BAD + \angle BCD = 108^\circ + 72^\circ = 180^\circ$ 이므로

□ABCD는 원에 내접한다.

이상에서 □ABCD가 원에 내접하는 것은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ㄷ, ㄹ

423 □ABCD가 원에 내접하려면

$$\angle ABC = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

이어야 한다.

△ABF에서

$$\angle DAE = 55^\circ + 40^\circ = 95^\circ$$

따라서 △ADE에서

$$\angle AED = 125^\circ - 95^\circ = 30^\circ$$

답 ②

424 $\angle ACB = \angle ADB = 21^\circ$ 이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

$$\therefore \angle CAD = \angle CBD = 26^\circ$$

... ①단계

이때 △ACD는 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle DCA = \angle DAC = 26^\circ$$

... ②단계

△BCD에서

$$26^\circ + (21^\circ + 26^\circ) + \angle BDC = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BDC = 107^\circ$$

... ③단계

답 107°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle CAD$ 의 크기 구하기	60 %
2	$\angle DCA$ 의 크기 구하기	20 %
3	$\angle BDC$ 의 크기 구하기	20 %

425 ① $\angle AFB = \angle AEB = 90^\circ$ 이므로 □ABEF는 원에 내접한다.

② $\angle OEC + \angle OFC = 180^\circ$ 이므로 □FOEC는 원에 내접한다.

④ $\angle ADO + \angle AFO = 180^\circ$ 이므로 □DOFA는 원에 내접한다.

⑤ $\angle ADC = \angle AEC = 90^\circ$ 이므로 □DECA는 원에 내접한다.

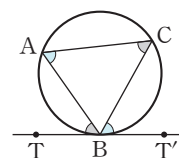
답 ③

유형 073 접선과 현이 이루는 각 (1) (본책 89쪽)

직선 TT'이 원의 접선이고 점 B는 접점일 때

$$(1) \angle CAB = \angle CBT'$$

$$(2) \angle ACB = \angle ABT$$



426 직선 PQ가 원의 접선이므로

$$\angle BAC = \angle CBQ = 76^\circ$$

이때 △ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 76^\circ) = 52^\circ$$

$$\therefore \angle ABP = \angle ACB = 52^\circ$$

답 52°

427 $\widehat{AB} : \widehat{BT} : \widehat{TA} = 14 : 5 : 17$ 이므로

$$\angle ATB : \angle BAT : \angle ABT = 14 : 5 : 17$$

$$\therefore \angle ABT = 180^\circ \times \frac{17}{14+5+17} = 85^\circ$$

직선 PT가 원의 접선이므로

$$\angle x = \angle ABT = 85^\circ$$

답 ④

428 △PBT가 $\overline{PT} = \overline{BT}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PBT = \angle BPT = 40^\circ$$

직선 PT가 원의 접선이므로

$$\angle ATP = \angle PBT = 40^\circ$$

따라서 △PAT에서

$$\angle x = 40^\circ + 40^\circ = 80^\circ$$

답 ⑤

429 직선 AT는 원의 접선이므로

$$\angle BEA = \angle BAT = 64^\circ$$

이때 $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EA}$ 이므로 $\widehat{BE} = 3\widehat{EA}$
 $\therefore \angle BAE = 3\angle EBA$

즉 $\angle EBA = \frac{1}{3}\angle BAE$ 이므로 $\triangle ABE$ 에서

$$\angle BAE + 64^\circ + \angle EBA = 180^\circ$$

$$\angle BAE + 64^\circ + \frac{1}{3}\angle BAE = 180^\circ$$

$$\frac{4}{3}\angle BAE = 116^\circ \quad \therefore \angle BAE = 87^\circ$$

답 87°

다른 풀이 $\angle BEA = \angle BAT = 64^\circ$

즉 $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 64° 이므로

$\widehat{AEB}$ 에 대한 원주각의 크기는

$$180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$$

이때 $\widehat{BE} : \widehat{EA} = 3 : 1$ 이므로

$$\angle BAE = 116^\circ \times \frac{3}{3+1} = 87^\circ$$

유형 074 접선과 현이 이루는 각 (2)

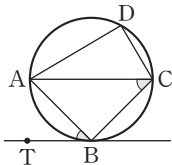
본책 90쪽

직선 BT가 원의 접선이고 점 B는 접점
 일 때, 이 원에 내접하는 $\square ABCD$ 에서

$$(1) \angle DAB + \angle DCB = 180^\circ$$

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$(2) \angle ABT = \angle ACB$$



430 직선 BT가 원의 접선이므로

$$\angle ACB = \angle ABT = 72^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ABC = 180^\circ - (26^\circ + 72^\circ) = 82^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$$

답 98°

431 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

직선 AT가 원의 접선이므로

$$\angle ADB = \angle BAT = 31^\circ$$

이때 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle BDC = \angle ADB = 31^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 31^\circ + 31^\circ = 62^\circ$$

답 62°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으

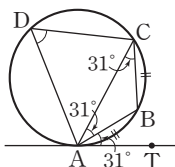
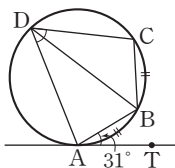
면 직선 AT가 접선이므로

$$\angle ACB = \angle BAT = 31^\circ$$

이때 $\widehat{AB} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle CAB = \angle ACB = 31^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = \angle CAT = 31^\circ + 31^\circ = 62^\circ$$



432 $\angle DCP = \angle x$ 라 하면 $\overline{CP}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle CAD = \angle DCP = \angle x$$

$\triangle CPD$ 에서 $\angle ADC = \angle x + 42^\circ$

이때 $\triangle ACD$ 는 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle ACD = \angle ADC = \angle x + 42^\circ$$

$\triangle ACD$ 에서

$$\angle x + (\angle x + 42^\circ) + (\angle x + 42^\circ) = 180^\circ$$

$$3\angle x = 96^\circ \quad \therefore \angle x = 32^\circ$$

$$\therefore \angle ADC = 32^\circ + 42^\circ = 74^\circ$$

이때 $\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - 74^\circ = 106^\circ$$

답 ③

유형 075 접선과 현이 이루는 각의 응용

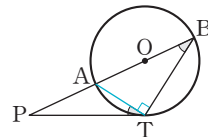
본책 90쪽

; 할선이 원의 중심을 지나는 경우

할선이 원의 중심을 지날 때, 보조선
 을 그어 접선과 현이 이루는 각의 성
 질을 이용한다.

$$(1) \angle ATB = 90^\circ$$

$$(2) \angle ATP = \angle ABT$$



433 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BT}$ 를 그으

면 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle BTP = 180^\circ - (90^\circ + 59^\circ)$$

$$= 31^\circ$$

직선 PT가 원 O의 접선이므로

$$\angle ABT = \angle ATQ = 59^\circ$$

따라서 $\triangle BTP$ 에서

$$\angle BPT = 59^\circ - 31^\circ = 28^\circ$$

답 28°

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$ 를 그

으면 $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로

$$\angle ATO = 90^\circ - 59^\circ = 31^\circ$$

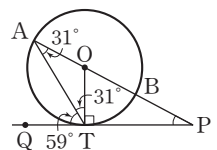
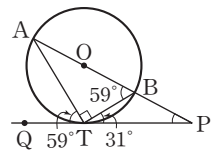
이때 $\triangle ATO$ 는 $\overline{AO} = \overline{TO}$ 인 이등변삼

각형이므로

$$\angle OAT = \angle OTA = 31^\circ$$

따라서 $\triangle ATP$ 에서

$$\angle BPT = 180^\circ - (31^\circ + 31^\circ + 90^\circ) = 28^\circ$$



434 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면

$\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACD = 90^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle ADC = 180^\circ - 116^\circ = 64^\circ$$

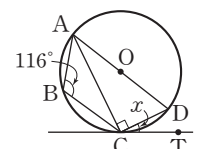
$\triangle ACD$ 에서

$$\angle CAD = 180^\circ - (90^\circ + 64^\circ) = 26^\circ$$

직선 CT는 원 O의 접선이므로

$$\angle x = \angle CAD = 26^\circ$$

답 ①



다른 풀이 $\overline{AD}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACD = 90^\circ$$

직선 CT가 원 O의 접선이므로

$$\angle ACT = \angle ABC = 116^\circ$$

$$\therefore \angle x = 116^\circ - 90^\circ = 26^\circ$$

435 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CT}$ 를 그으면

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ATC = 90^\circ$$

... (1단계)

직선 PT가 원 O의 접선이므로

$$\angle CTP = \angle CAT = 24^\circ$$

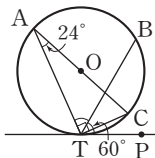
... (2단계)

따라서 $\angle BTC = 60^\circ - 24^\circ = 36^\circ$ 이므로

$$\angle ATB = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$$

... (3단계)

답 54°



단계	채점 요소	비율
1	$\angle ATC$ 의 크기 구하기	30 %
2	$\angle CTP$ 의 크기 구하기	40 %
3	$\angle ATB$ 의 크기 구하기	30 %

436 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

$\overline{PT}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle BAT = \angle BTP = 30^\circ$$

이때 $\overline{AB} = 6 \times 2 = 12$ (cm)이므로 $\triangle ATB$ 에서

$$\overline{AT} = 12 \cos 30^\circ = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \triangle ATB = \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \sin 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 18\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ⑤

437 $\triangle BCP$ 에서 $\overline{BC} = \overline{BP}$ 이므로 $\angle BCP = \angle BPC = \angle x$ 라 하자.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면 $\overline{PT}$ 가

원 O의 접선이므로

$$\angle ABP = \angle ACB = \angle x$$

즉 $\angle APB = \angle ABP$ 이므로 $\triangle APB$ 는 $\overline{AP} = \overline{AB}$ 인 이등변삼각형이다.

$$\therefore \overline{AB} = \overline{AP} = 4 \text{ (cm)}$$

한편 $\overline{AC}$ 는 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$

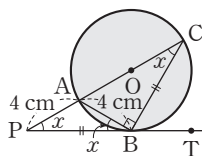
$\triangle PBC$ 에서

$$\angle x + (\angle x + 90^\circ) + \angle x = 180^\circ$$

$$3\angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 30^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $\angle ACB = 30^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = \frac{4}{\sin 30^\circ} = 4 \div \frac{1}{2} = 8 \text{ (cm)}$$



따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)이므로 원 O의 넓이는

$$\pi \times 4^2 = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 16π cm²

438 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$ 를 그으면

$\overline{AC}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ABC = 90^\circ$$

직선 BE가 원 O의 접선이므로

$$\angle BAC = \angle CBE = 25^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (25^\circ + 90^\circ) = 65^\circ$$

이때 $\angle ADB = \angle ACB = 65^\circ$ 이고 $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$ 이므로

$$\angle DBE = \angle ADB = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

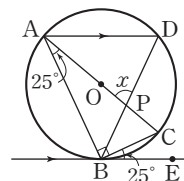
$$\therefore \angle PBC = 65^\circ - 25^\circ = 40^\circ$$

$\triangle PBC$ 에서

$$\angle BPC = 180^\circ - (65^\circ + 40^\circ) = 75^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle BPC = 75^\circ \text{ (맞꼭지각)}$$

답 75°



유형 076 접선과 현이 이루는 각의 응용
: 한 점에서 원에 두 접선을 그은 경우

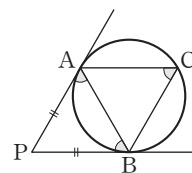
본책 91쪽

두 직선 PA, PB가 원의 접선이고 두

점 A, B가 각각 그 접점일 때

(1) $\triangle APB$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이다.

(2) $\angle PAB = \angle PBA = \angle ACB$



439 $\triangle BED$ 는 $\overline{BD} = \overline{BE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BED = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$\overline{BC}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle DFE = \angle DEB = 59^\circ$$

따라서 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle DEF = 180^\circ - (53^\circ + 59^\circ) = 68^\circ$$

답 68°

440 $\triangle APB$ 는 $\overline{PA} = \overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PAB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 48^\circ) = 66^\circ$$

직선 PA가 원 O의 접선이므로

$$\angle ACB = \angle PAB = 66^\circ$$

또 $\angle ABC = \angle x$ 이고 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$ 이므로

$$\angle BAC = \angle ABC = \angle x$$

따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle x + \angle x + 66^\circ = 180^\circ$ 이므로

$$2\angle x = 114^\circ \quad \therefore \angle x = 57^\circ$$

답 ④

441 $\triangle ECF$ 는 $\overline{CE}=\overline{CF}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle CEF = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 84^\circ) = 48^\circ$$

... (1단계)

$\overline{BC}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle EDF = \angle CEF = 48^\circ$$

$$\therefore \angle EDO = 48^\circ - 20^\circ = 28^\circ$$

... (2단계)

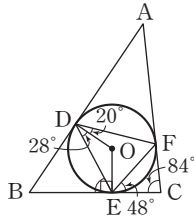
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OE}$ 를 그으면 $\triangle ODE$

는 $\overline{OD}=\overline{OE}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle OED = \angle ODE = 28^\circ$$

$\angle OEB = 90^\circ$ 이므로

$$\angle BED = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ \quad \dots (3단계)$$

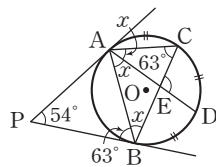


답 62°

단계	채점 요소	비율
1	$\angle CEF$ 의 크기 구하기	20 %
2	$\angle EDO$ 의 크기 구하기	40 %
3	$\angle BED$ 의 크기 구하기	40 %

442 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 그으면 $\triangle PBA$ 는 $\overline{PA}=\overline{PB}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\begin{aligned} \angle PBA &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 54^\circ) \\ &= 63^\circ \end{aligned}$$



$\overline{PB}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle ACB = \angle PBA = 63^\circ$$

이때 $\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{DB}$ 이므로

$$\angle ABC = \angle CAD = \angle DAB = \angle x$$

라 하면 $\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned} (\angle x + \angle x) + \angle x + 63^\circ &= 180^\circ \\ 3\angle x &= 117^\circ \quad \therefore \angle x = 39^\circ \end{aligned}$$

따라서 $\triangle AEC$ 에서

$$\angle CED = 39^\circ + 63^\circ = 102^\circ$$

답 102°

유형 077 접선과 현이 이루는 각의 응용
; 크기가 같은 각이 여러 개인 경우

본책 92쪽

접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 모두 찾아 문자로 놓고, 삼각형의 내각과 외각의 성질을 이용하여 각의 크기를 구한다.

443 $\overline{PT}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle ABT = \angle a \text{라 하면}$$

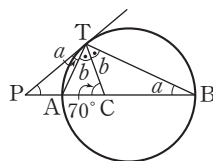
$$\angle PTA = \angle a$$

또 $\angle ATC = \angle CTB = \angle b$ 라 하면

$\triangle TCB$ 에서

$$\angle a + \angle b = 70^\circ$$

$$\therefore \angle CTP = \angle a + \angle b = 70^\circ$$



따라서 $\triangle PCT$ 에서

$$\angle TPC = 180^\circ - (70^\circ + 70^\circ) = 40^\circ$$

답 40°

444 $\overline{TP}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle BAT = \angle a \text{라 하면}$$

$$\angle BTP = \angle a$$

또 $\angle APC = \angle CPT = \angle b$ 라 하면

$\triangle ATP$ 에서

$$\angle a + (46^\circ + \angle a) + 2\angle b = 180^\circ$$

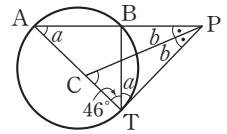
$$2(\angle a + \angle b) = 134^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 67^\circ$$

따라서 $\triangle ACP$ 에서

$$\angle PCT = \angle a + \angle b = 67^\circ$$

답 ⑤



유형 078 접선과 현이 이루는 각의 응용
; 삼각형의 닮음을 이용하는 경우

본책 92쪽

접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾고, 삼각형의 닮음비를 이용하여 삼각형의 변의 길이를 구한다.

445 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ACB$ 와 $\triangle CPB$ 에서

$$\angle ACB = \angle CPB = 90^\circ,$$

$$\angle BAC = \angle BCP$$

이므로 $\triangle ACB \sim \triangle CPB$ (AA 닮음)

즉 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BP}$ 이므로

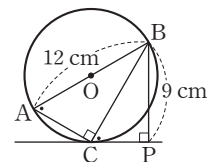
$$12 : \overline{BC} = \overline{BC} : 9$$

$$\therefore \overline{BC}^2 = 108$$

이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로

$$\overline{BC} = 6\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

답 $6\sqrt{3}$ cm



446 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ACB$ 에서

$$\angle ADC = \angle ACB = 90^\circ,$$

$$\angle ACD = \angle ABC$$

이므로

$$\triangle ADC \sim \triangle ACB \text{ (AA 닮음)}$$

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20 \text{ (cm)}$ 이고

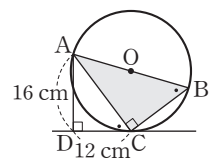
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BC}$ 이므로

$$16 : 20 = 12 : \overline{BC}$$

$$16\overline{BC} = 240$$

$$\therefore \overline{BC} = 15 \text{ (cm)}$$

... (2단계)



$$\therefore \triangle ACB = \frac{1}{2} \times 20 \times 15 = 150 \text{ (cm}^2\text{)} \quad \dots \text{ (3단계)}$$

답 150 cm²

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle ADC \sim \triangle ACB$ 임을 알기	30 %
2	$\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 의 길이 구하기	50 %
3	$\triangle ACB$ 의 넓이 구하기	20 %

447 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$, $\overline{BT}$ 를

그으면 $\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

$\triangle ATB$ 와 $\triangle THB$ 에서

$$\angle ATB = \angle THB = 90^\circ,$$

$$\angle BAT = \angle BTH$$

이므로 $\triangle ATB \sim \triangle THB$ (AA 답음)

즉 $\overline{BA} : \overline{BT} = \overline{BT} : \overline{BH}$ 이므로

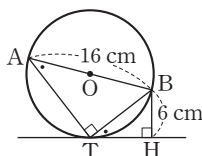
$$16 : \overline{BT} = \overline{BT} : 6, \quad \overline{BT}^2 = 96$$

이때 $\overline{BT} > 0$ 이므로 $\overline{BT} = 4\sqrt{6}$ (cm)

따라서 $\triangle BTH$ 에서

$$\overline{TH} = \sqrt{(4\sqrt{6})^2 - 6^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15} \text{ (cm)}$$

답 $2\sqrt{15}$ cm

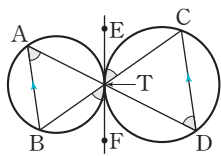


유형 079 두 원에서 접선과 현이 이루는 각 (1) 본책 93쪽

직선 EF가 두 원의 공통인 접선이고
점 T가 그 접점일 때

$$\begin{aligned} (1) \quad \angle BAT &= \angle BTF \\ &= \angle CTE \\ &= \angle CDT \rightarrow \text{엇각} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$



448 $\angle ACT = \angle ATP = \angle BTQ = \angle BDT = 62^\circ$

따라서 원 O에서

$$\angle AOT = 2\angle ACT = 2 \times 62^\circ = 124^\circ$$

답 ⑤

449 ㄱ. $\angle DTF = \angle DCT = 85^\circ$

ㄴ. ㄷ. $\angle CDT = \angle CTE$

$$= \angle BTF = \angle BAT = 40^\circ$$

ㄹ. $\angle BTD = \angle BTF + \angle DTF$

$$= 40^\circ + 85^\circ = 125^\circ$$

ㅁ. $\angle BAT = \angle CDT$ (엇각)이므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

ㅂ. $\triangle ABT$ 와 $\triangle DCT$ 에서

$$\angle BAT = \angle CDT, \angle ATB = \angle DTC \text{ (맞꼭지각)}$$

이므로 $\triangle ABT \sim \triangle DCT$ (AA 답음)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

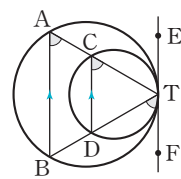
답 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ

유형 080 두 원에서 접선과 현이 이루는 각 (2) 본책 93쪽

직선 EF가 두 원의 공통인 접선이고 점
T가 그 접점일 때

$$\begin{aligned} (1) \quad \angle BAT &= \angle BTF \\ &= \angle DCT \rightarrow \text{동위각} \end{aligned}$$

$$(2) \quad \overline{AB} \parallel \overline{CD}$$



450 $\angle DCT = \angle BTQ = \angle BAT = 70^\circ$

따라서 $\triangle CDT$ 에서

$$\angle CTD = 115^\circ - 70^\circ = 45^\circ$$

답 45°

다른 풀이 $\angle CDT = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$ 이므로

$$\angle CTP = \angle CDT = 65^\circ$$

$\angle BTQ = \angle BAT = 70^\circ$ 이므로

$$\angle CTD = 180^\circ - (65^\circ + 70^\circ) = 45^\circ$$

451 ① $\angle ABT = \angle ATP$

②, ③ $\angle BAT = \angle BTQ = \angle DCT$ (동위각)이므로

$$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$$

④ $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ 인지 알 수 없다.

⑤ $\triangle ABT$ 와 $\triangle CDT$ 에서

$$\angle BAT = \angle DCT, \angle ATB \text{는 공통}$$

이므로 $\triangle ABT \sim \triangle CDT$ (AA 답음)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

452 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DE}$ 를 그으면

직선 TA가 두 원의 접선이므로

$$\angle BAT = \angle BCA = 55^\circ$$

$$\therefore \angle EDA = \angle BAT = 55^\circ$$

$\angle DAE = \angle x$ 라 하면 $\overline{BC}$ 는 작은 원의
접선이므로

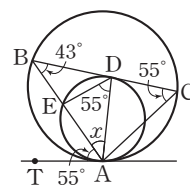
$$\angle BDE = \angle DAE = \angle x$$

$\triangle BAD$ 에서

$$43^\circ + \angle x + (\angle x + 55^\circ) = 180^\circ$$

$$2\angle x = 82^\circ \quad \therefore \angle x = 41^\circ$$

답 41°



453 오른쪽 그림과 같이 점 P를 지나

는 두 원의 공통인 접선 $\overline{TT'}$ 을 그으면

$\triangle PBA$ 와 $\triangle PDC$ 에서

$$\angle BAP = \angle BPT' = \angle DCP,$$

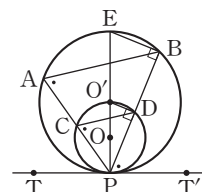
$$\angle APB \text{는 공통}$$

이므로

$$\triangle PBA \sim \triangle PDC \text{ (AA 답음)}$$

... (1단계)

이때 $\angle TPO = \angle TPO' = 90^\circ$ 이므로 $\overline{PO}$ 의 연장선이 원 O'과
만나는 점을 E라 하면 $\overline{PE}$ 는 원 O'의 지름이다.



$\overline{EB}$, $\overline{O'D}$ 를 그으면 $\triangle EPB$ 와 $\triangle O'PD$ 에서
 $\angle EBP = \angle O'DP = 90^\circ$, $\angle EPB$ 는 공통
 이므로 $\triangle EPB \sim \triangle O'PD$ (AA 닮음)
 따라서 $\overline{PB} : \overline{PD} = \overline{PE} : \overline{PO'}$ 이므로

$$\overline{PB} : \overline{PD} = 16 : 8 = 2 : 1 \quad \dots (2\text{단계})$$

즉 $\triangle PBA$ 와 $\triangle PDC$ 의 닮음비가 2 : 1이므로

$$\triangle PBA : \triangle PDC = 2^2 : 1^2 = 4 : 1 \quad \dots (3\text{단계})$$

답 4 : 1

단계	채점 요소	비율
1	$\triangle PBA \sim \triangle PDC$ 임을 알기	30 %
2	$\overline{PB}$ 와 $\overline{PD}$ 의 길이의 비 구하기	50 %
3	$\triangle PBA$ 와 $\triangle PDC$ 의 넓이의 비 구하기	20 %

만점 유형 도전하기

◎ 본책 94~95쪽

454 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

원영: 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대변의 길이가 같은지는 알 수 없다.

가을: 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합은 180° 이다.

지원: 등변사다리꼴은 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 이므로 항상 원에 내접한다.

따라서 잘못 말한 사람은 원영, 가을, 지원이다.

답 풀이 참조

455 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용하여 한 원 위에 있는 네 점을 찾는다.

$\angle OCE = \angle ODE = 15^\circ$ 이므로 오른쪽 그림과 같이 네 점 C, E, O, D는 한 원 위에 있다.

$\triangle DEO$ 에서

$$\angle DEO = 45^\circ - 15^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore \angle DCO = \angle DEO = 30^\circ$$

이때 $\triangle COD$ 는 $\overline{OC} = \overline{OD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle COD = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$$

$$\therefore \angle AOC = 180^\circ - (120^\circ + 45^\circ) = 15^\circ$$

반원의 중심 O에서 $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면

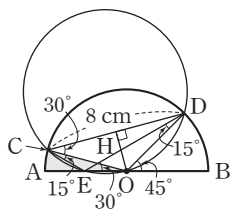
$$\overline{CH} = \frac{1}{2} \overline{CD} = \frac{1}{2} \times 8 = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle COH$ 에서

$$\overline{OC} = \frac{4}{\cos 30^\circ} = 4 \div \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

따라서 부채꼴 AOC의 넓이는

$$\pi \times \left(\frac{8\sqrt{3}}{3} \right)^2 \times \frac{15}{360} = \frac{8}{9} \pi \text{ (cm}^2\text{)} \quad \text{답 } \frac{8}{9} \pi \text{ cm}^2$$



456 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용하여 $\angle GHB$ 의 크기를 먼저 구한다.

$\square ABCD$ 가 원 O_2 에 내접하므로 $\angle GAB = \angle BCD$

$\square GHBA$ 가 원 O_1 에 내접하므로

$$\angle GAB + \angle GHB = 180^\circ$$

$$\therefore \angle BCD + \angle GHB = 180^\circ$$

이때 $\angle BCD : \angle GHB = 5 : 7$ 이므로

$$\angle GHB = 180^\circ \times \frac{7}{5+7} = 105^\circ$$

$$\therefore \angle AGH = \angle GHB - 23^\circ = 105^\circ - 23^\circ = 82^\circ$$

또 $\square EADF$ 가 원 O_3 에 내접하므로

$$\angle AEF = \angle ADC = \angle HBA$$

$$= 180^\circ - \angle AGH$$

$$= 180^\circ - 82^\circ = 98^\circ$$

답 98°

457 전략 먼저 삼각형의 닮음을 이용하여 $\overline{BC}$ 의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}$

가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$\triangle ACB$ 와 $\triangle CHB$ 에서

$$\angle ACB = \angle CHB = 90^\circ,$$

$$\angle BAC = \angle BCH$$

이므로 $\triangle ACB \sim \triangle CHB$ (AA 닮음)

즉 $\overline{BA} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BH}$ 이므로

$$10 : \overline{BC} = \overline{BC} : 8, \quad \overline{BC}^2 = 80$$

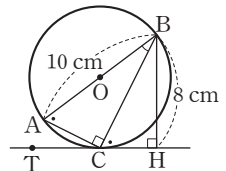
이때 $\overline{BC} > 0$ 이므로 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}$ (cm)

$\triangle ACB$ 에서

$$\overline{AC} = \sqrt{10^2 - (4\sqrt{5})^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \tan(\angle ABC) = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{2}$$

답 $\frac{1}{2}$



458 전략 반원과 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 각각 찾는다.

$\overline{BC}$ 가 반원의 지름이므로 $\angle BAC = 90^\circ$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle ACB = 180^\circ - (90^\circ + 36^\circ) = 54^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DF}$ 를 그으면 직

선 TT' 은 반원의 접선이므로

$$\angle TAB = \angle ACB = 54^\circ,$$

$$\angle T'AC = \angle ABC = 36^\circ$$

또 직선 TT' 은 원의 접선이므로

$$\angle ADE = \angle TAB = 54^\circ,$$

$$\angle ADF = \angle T'AC = 36^\circ$$

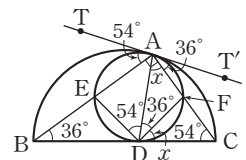
이때 $\angle FDC = \angle x$ 라 하면 $\overline{BC}$ 는 원의 접선이므로

$$\angle DAF = \angle x$$

$\triangle ADC$ 에서

$$\angle x + (36^\circ + \angle x) + 54^\circ = 180^\circ$$

$$2\angle x = 90^\circ \quad \therefore \angle x = 45^\circ$$

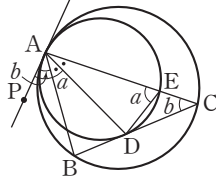


따라서 $\angle ADC = 36^\circ + 45^\circ = 81^\circ$ 이므로
 $\angle ADC - \angle ADE = 81^\circ - 54^\circ = 27^\circ$

답 27°

459 전략 점 A를 지나는 접선을 긋고 두 원에서 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 크기가 같은 각을 각각 찾는다.

오른쪽 그림과 같이 점 A를 지나는 두 원의 공통인 접선 AP를 긋고 작은 원과 AC가 만나는 점을 E라 하자.
 또 DE를 긋고 $\angle AED = \angle a$ 라 하면 AP는 작은 원의 접선이므로



$\angle PAD = \angle AED = \angle a$
 $\angle ACB = \angle b$ 라 하면 AP는 큰 원의 접선이므로
 $\angle PAB = \angle ACB = \angle b$
 $\therefore \angle BAD = \angle a - \angle b$

한편 $\triangle DCE$ 에서 $\angle EDC = \angle a - \angle b$ 이므로
 $\angle BAD = \angle EDC$

이때 BC는 작은 원의 접선이므로 $\angle DAE = \angle EDC$
 $\therefore \angle BAD = \angle DAE$

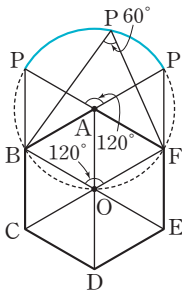
따라서 $\triangle ABC$ 에서 AD는 $\angle BAC$ 의 이등분선이므로
 $\frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$
 $BC = 15$ cm이므로

$$\frac{BD}{15} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow BD = 6 \text{ (cm)}$$

답 6 cm

460 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 임을 이용한다.

정육각형은 오른쪽 그림과 같이 합동인 6개의 정삼각형으로 나누어지므로 정육각형 ABCDEF의 대각선 AD, BE, CF의 교점을 O라 하면



$\angle BOF = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
 이때 $\angle BPF + \angle BOF = 60^\circ + 120^\circ = 180^\circ$
 이므로 $\square BOFP$ 는 중심이 A이고 반지름이 AB인 원에 내접한다.

[그림 1]의 상태에서

$$\angle BAP = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

[그림 4]의 상태에서

$$\angle PAF = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

즉 점 P가 움직이는 호에 대한 중심각의 크기는

$$360^\circ - (60^\circ + 120^\circ + 60^\circ) = 120^\circ$$

따라서 점 P가 움직인 거리는

$$2\pi \times 6 \times \frac{120}{360} = 4\pi \text{ (cm)}$$

답 4π cm

민접 공략 노트

$\angle BAF = 2\angle BPF$ 에서 $\angle BAF$ 는 $\widehat{BF}$ 에 대한 중심각이므로 $\square BOFP$ 가 내접하는 원의 중심은 점 A이다.

시험만점 완성하기

본책 96~99쪽

461 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용한다.

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle BDC = \angle BAC = 38^\circ$ 이어야 한다.

이때 $\triangle BCD$ 는 $\overline{CB} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle BCD = 180^\circ - 2 \times 38^\circ = 104^\circ$$

답 ②

462 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 임을 이용한다.

$\angle ACD = \angle ABD = 65^\circ$ 이므로 $\triangle CDF$ 에서

$$\angle x = 65^\circ + 23^\circ = 88^\circ$$

$\square ACDE$ 가 원에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

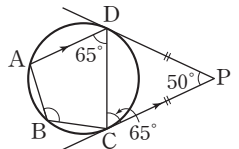
$$\therefore \angle y - \angle x = 115^\circ - 88^\circ = 27^\circ$$

답 ⑤

463 전략 CD를 긋고 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 CD를 그으면

$\triangle CPD$ 는 $\overline{PC} = \overline{PD}$ 인 이등변삼각형이므로



$$\begin{aligned} \angle PCD &= \frac{1}{2} \times (180^\circ - 50^\circ) \\ &= 65^\circ \end{aligned}$$

$\overline{AD} \parallel \overline{CP}$ 이므로

$$\angle ADC = \angle PCD = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle ABC = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

답 ④

다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하고 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$, $\overline{AC}$ 를 그으면 $\angle PCO = \angle PDO = 90^\circ$ 이므로

$\square OCPD$ 에서

$$\angle COD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\therefore \angle CAD = \frac{1}{2} \angle COD = \frac{1}{2} \times 130^\circ = 65^\circ$$

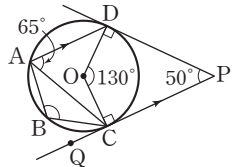
위의 그림과 같이 $\overline{PC}$ 의 연장선 위에 점 Q를 잡으면 $\overline{AD} \parallel \overline{QP}$ 이므로

$$\angle ACQ = \angle CAD = 65^\circ \text{ (엇각)}$$

$$\therefore \angle ACP = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

$\overline{PC}$ 가 원 O의 접선이므로

$$\angle ABC = \angle ACP = 115^\circ$$



464 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그 외각에 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같음을 이용한다.

$$\angle BAD = \frac{1}{2} \angle BOD = \frac{1}{2} \times 126^\circ = 63^\circ$$

$\square ABCD$ 가 원 O에 내접하므로

$$\angle DCE = \angle BAD = 63^\circ$$

답 ②

465 전략 보조선을 그어 사각형을 만든 후 원에 내접하는 사각형에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 임을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$ 를 그으면

$$\begin{aligned}\angle ABE &= \frac{1}{2} \angle AOE \\ &= \frac{1}{2} \times 46^\circ = 23^\circ\end{aligned}$$

$\square BCDE$ 가 원 O 에 내접하므로

$$\begin{aligned}\angle CBE &= 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ \\ \therefore \angle ABC &= 23^\circ + 63^\circ = 86^\circ\end{aligned}$$

답 ③

466 전략 주어진 비례식을 이용하여 $\angle CFD$, $\angle DAB$, $\angle BEC$ 의 크기를 미지수에 대한 식으로 나타낸다.

$\angle CFD : \angle DAB : \angle BEC = 7 : 6 : 11$ 이므로

$$\angle CFD = 7x, \angle DAB = 6x, \angle BEC = 11x$$

라 하자.

이때 $\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BCE = \angle DAB = 6x$$

$\triangle ABF$ 에서

$$\angle CBE = 7x + 6x = 13x$$

따라서 $\triangle BEC$ 에서

$$\begin{aligned}13x + 11x + 6x &= 180^\circ \\ 30x &= 180^\circ \quad \therefore x = 6^\circ \\ \therefore \angle DAB &= 6x = 6 \times 6^\circ = 36^\circ\end{aligned}$$

답 ③

467 전략 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

④ $\angle ADC = \angle ABE = 75^\circ$ 이면 $\square ABCD$ 가 원에 내접한다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

468 전략 $\overline{AC}$ 를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질과 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$ 를 그으면 직선 l ,

m 이 각각 원 O 의 접선이므로

$$\angle ACB = \angle x, \angle ACD = \angle y$$

$\square ABCD$ 가 원 O 에 내접하므로

$$(\angle x + \angle y) + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 108^\circ$$

답 ①

469 전략 점 A 를 지나는 지름을 긋고 삼각비를 이용하여 원 O 의 반지름의 길이를 구한다.

오른쪽 그림과 같이 점 A 를 지나는 지

름이 원 O 와 만나는 점을 B 라 하고

$\overline{BT}$ 를 그으면 $\overline{PT}$ 가 원 O 의 접선이므로

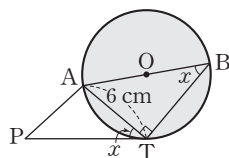
로

$$\angle ABT = \angle ATP = \angle x$$

$\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이므로

$$\angle ATB = 90^\circ$$

이때 $\tan x = \frac{3}{4}$ 이므로 $\triangle ATB$ 에서



$$\frac{6}{BT} = \frac{3}{4} \quad \therefore BT = 8 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ (cm) 이므로}$$

$$\overline{AO} = \frac{1}{2} \overline{AB} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ (cm)}$$

따라서 원 O 의 넓이는

$$\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

답 ③

470 전략 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

$\triangle PCB$ 는 $\overline{PB} = \overline{PC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle PBC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 28^\circ) = 76^\circ$$

$\overline{PB}$ 는 원의 접선이므로

$$\angle CAB = \angle PBC = 76^\circ$$

또 $\widehat{AC} : \widehat{AB} = 5 : 3$ 이므로 $\angle ABC = \angle x$ 라 하면

$$\angle x : \angle ACB = 5 : 3, \quad 5\angle ACB = 3\angle x$$

$$\therefore \angle ACB = \frac{3}{5} \angle x$$

$\triangle ABC$ 에서

$$76^\circ + \angle x + \frac{3}{5} \angle x = 180^\circ, \quad \frac{8}{5} \angle x = 104^\circ$$

$$\therefore \angle x = 65^\circ \quad \therefore \angle ABC = 65^\circ$$

답 ⑤

471 전략 $\overline{AD}$ 를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질과 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

$\triangle CDQ$ 에서

$$\angle CDP = 26^\circ + 40^\circ = 66^\circ$$

$\triangle PDC$ 는 $\overline{PC} = \overline{PD}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle x = 180^\circ - 2 \times 66^\circ = 48^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 를 그으면

$\overline{DQ}$ 가 원의 접선이므로

$$\angle ADQ = \angle ACD = 26^\circ$$

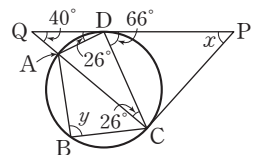
$$\begin{aligned}\therefore \angle ADC &= 180^\circ - (26^\circ + 66^\circ) \\ &= 88^\circ\end{aligned}$$

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle y = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 48^\circ + 92^\circ = 140^\circ$$

답 ⑤



472 전략 $\overline{PQ}$ 를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 긋고

$\angle QAB = \angle a$, $\angle QBA = \angle b$ 라 하면

직선 AB 가 두 원 O, O' 의 공통인 접선

이므로

$$\angle QPA = \angle QAB = \angle a$$

$$\angle QPB = \angle QBA = \angle b$$

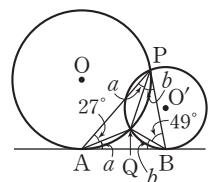
이때 $\triangle PAB$ 에서

$$(\angle a + \angle b) + (27^\circ + \angle a) + (49^\circ + \angle b) = 180^\circ$$

$$2(\angle a + \angle b) = 104^\circ \quad \therefore \angle a + \angle b = 52^\circ$$

$$\therefore \angle APB = \angle a + \angle b = 52^\circ$$

답 ③



473 **전략** 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \angle BAT &= \angle BTQ = \angle DTP \\ &= \angle DCT \end{aligned}$$

즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다.

② 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$ 의 연장선 위에 점 E를 잡으면

$$\begin{aligned} \angle PAB &= \angle PQC \\ &= \angle EDC \end{aligned}$$

즉 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다.

$$\textcircled{3} \angle BAD = \angle DCT = \angle DTP$$

즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{PQ}$ 이지만 $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 가 평행한지는 알 수 없다.

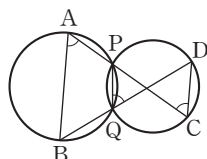
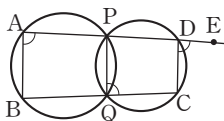
④ 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$ 를 그으면

$$\begin{aligned} \angle BAP &= \angle PQD \\ &= \angle PCD \end{aligned}$$

즉 엇각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다.

$$\textcircled{5} \angle BAT = \angle BTQ = \angle CDT$$

즉 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다.



답 ③

474 **전략** 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

직선 PQ는 두 원의 접선이므로

$$\angle DET = \angle ATP = \angle ABT = 56^\circ$$

즉 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$ 를 긋고

$\angle ACD = \angle x$ 라 하면 $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이므로

$$\angle DTC = \angle ACD = \angle x$$

이때 $\angle DCT = \angle DET = 56^\circ$ 이므로

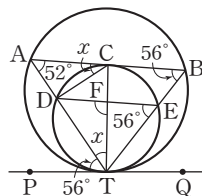
$\triangle ATC$ 에서

$$52^\circ + \angle x + (\angle x + 56^\circ) = 180^\circ$$

$$2\angle x = 72^\circ \quad \therefore \angle x = 36^\circ$$

$$\therefore \angle DFT = \angle ACT \text{ (동위각)}$$

$$= 36^\circ + 56^\circ = 92^\circ$$



답 ②

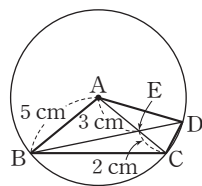
475 **전략** 반지름의 길이가 같음을 이용하여 두 점을 지나는 원을 그려 본다.

$$\overline{AC} = 3 + 2 = 5 \text{ (cm)} \text{이므로 } \overline{AB} = \overline{AC}$$

오른쪽 그림과 같이 점 A를 중심으로 하고 $\overline{AB}$ 를 반지름으로 하는 원을 생각하면 점 C는 이 원 위의 점이다.

이때 $\angle BAC = 2\angle BDC$ 에서 $\angle BDC$ 는 $\widehat{BC}$ 에 대한 원주각이므로 점 D도 이 원 위의 점이다.

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AB} = 5 \text{ (cm)}$$



답 5 cm

476 **전략** 원에 내접하는 사각형의 성질을 이용한다.

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$\widehat{BC} = \widehat{CD} \text{이므로}$$

$$\angle BAC = \angle CAD = \frac{1}{2} \angle BAD = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

$\overline{AC} = x$ cm라 하면

$$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \times x \times 6 \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times x \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \sqrt{3}x + \frac{3\sqrt{3}}{2}x = \frac{5\sqrt{3}}{2}x \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$\text{즉 } \frac{5\sqrt{3}}{2}x = 25\sqrt{3} \text{이므로 } x = 10$$

$$\therefore \overline{AC} = 10 \text{ (cm)}$$

답 10 cm

477 **전략** 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 인 사각형을 찾는다.

등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형은 모두 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180° 이므로 항상 원에 내접한다.

따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄴ, ㄷ, ㄹ의 3개이다.

답 3

478 **전략** $\overline{BD}$ 를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

$\square ABCD$ 가 원에 내접하므로

$$\angle BAD = 180^\circ - 117^\circ = 63^\circ$$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$ 를 그으면

$$\widehat{AB} : \widehat{AD} = 4 : 9 \text{이므로}$$

$$\angle ADB : \angle ABD = 4 : 9$$

이때 $\triangle ABD$ 에서

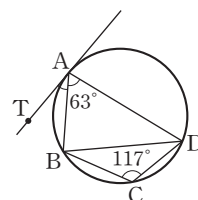
$$\begin{aligned} \angle ADB + \angle ABD &= 180^\circ - 63^\circ \\ &= 117^\circ \end{aligned}$$

$$\therefore \angle ADB = 117^\circ \times \frac{4}{4+9} = 36^\circ$$

직선 AT가 원의 접선이므로

$$\angle TAB = \angle ADB = 36^\circ$$

답 36°



479 **전략** $\overline{BC}$ 를 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$ 를 긋고

$\angle ACT = \angle x$ 라 하면 $\overline{PT}$ 는 접선이므로

$$\angle ABC = \angle ACT = \angle x$$

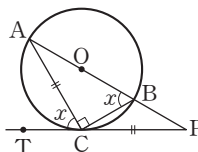
$\overline{AB}$ 가 원 O의 지름이므로

$$\angle ACB = 90^\circ$$

$$\therefore \angle CAB = 90^\circ - \angle x$$

이때 $\triangle ACP$ 는 $\overline{AC} = \overline{PC}$ 인 이등변삼각형이므로

$$\angle APC = \angle CAB = 90^\circ - \angle x$$



△ACP에서

$$\angle x = (90^\circ - \angle x) + (90^\circ - \angle x)$$

$$3\angle x = 180^\circ \quad \therefore \angle x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle ACT = 60^\circ$$

답 60°

480 전략 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용하여 닮음인 두 삼각형을 찾는다.

AC가 원 O의 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$

△AHB와 △ABC에서

$$\angle AHB = \angle ABC = 90^\circ, \angle ABH = \angle ACB$$

이므로 $\triangle AHB \sim \triangle ABC$ (AA 닮음)

즉 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{AC}$ 이므로

$$12 : \overline{AB} = \overline{AB} : 15, \quad \overline{AB}^2 = 180$$

이때 $\overline{AB} > 0$ 이므로 $\overline{AB} = 6\sqrt{5}$ (cm)

$\overline{HB} : \overline{BC} = \overline{AH} : \overline{AB} = 12 : 6\sqrt{5} = 2 : \sqrt{5}$ 이므로

$$a = 2, b = 5$$

$$\therefore ab = 2 \times 5 = 10$$

답 10

481 전략 네 점이 한 원 위에 있을 조건을 이용한다.

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로 $\angle BAC = \angle x$ 라 하면

$$\angle BDC = \angle BAC = \angle x$$

... (1단계)

△ACP에서 $\angle ACP = \angle x - 47^\circ$ 이므로 △ECD에서

$$\angle x + (\angle x - 47^\circ) = 115^\circ$$

$$2\angle x = 162^\circ \quad \therefore \angle x = 81^\circ$$

$$\therefore \angle BAC = 81^\circ$$

... (2단계)

답 81°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle BDC = \angle BAC$ 임을 알기	1점
2	$\angle BAC$ 의 크기 구하기	3점

482 전략 원에 내접하는 사각형에서 한 외각의 크기는 그와 이웃한 내각에 대한 대각의 크기와 같음을 이용한다.

□PQCD가 원 O'에 내접하므로

$$\angle y = \angle PDC = 103^\circ$$

... (1단계)

□ABQP가 원 O에 내접하므로

$$\angle BAP = 180^\circ - 103^\circ = 77^\circ$$

$$\therefore \angle x = 2\angle BAP = 2 \times 77^\circ = 154^\circ$$

... (2단계)

$$\therefore \angle x + \angle y = 154^\circ + 103^\circ = 257^\circ$$

... (3단계)

답 257°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle y$ 의 크기 구하기	1점
2	$\angle x$ 의 크기 구하기	2점
3	$\angle x + \angle y$ 의 크기 구하기	1점

483 전략 접선과 현이 이루는 각의 성질과 반원에 대한 원주각의 크기는 90°임을 이용한다.

$\overline{AD}$ 가 작은 반원의 접선이므로

$$\angle BCE = \angle BED = 58^\circ$$

$$\therefore \angle x = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

... (1단계)

$\overline{BC}$ 가 작은 반원의 지름이므로 $\angle CEB = 90^\circ$

△ACE에서

$$\angle y + 122^\circ = 90^\circ + 58^\circ$$

$$\therefore \angle y = 26^\circ$$

... (2단계)

$$\therefore \angle x - \angle y = 122^\circ - 26^\circ = 96^\circ$$

... (3단계)

답 96°

단계	채점 요소	배점
1	$\angle x$ 의 크기 구하기	2점
2	$\angle y$ 의 크기 구하기	1점
3	$\angle x - \angle y$ 의 크기 구하기	1점

484 전략 점 C를 지나는 접선을 긋고 접선과 현이 이루는 각의 성질을 이용한다.

오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나는 두 원 O, O'의 공통인 접선 PQ를 그으면

$$\begin{aligned} \angle DAC &= \angle DCP = \angle ECQ \\ &= \angle EFC = 34^\circ \end{aligned}$$

즉 엇각의 크기가 같으므로

$$\overline{AD} \parallel \overline{EF}$$

... (1단계)

따라서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC} \parallel \overline{EF}$ 이므로 $\angle FET = \angle x$ 라 하면

$$\angle DAB = \angle CBE = \angle FET = \angle x \text{ (동위각)}$$

□ABCD가 원 O에 내접하므로

$$\angle BCE = \angle DAB = \angle x$$

... (2단계)

한편 $\overline{BE}$ 는 원 O'의 접선이므로

$$\angle CEB = \angle CFE = 34^\circ$$

... (3단계)

따라서 △BEC에서

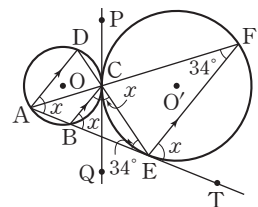
$$\angle x + 34^\circ + \angle x = 180^\circ$$

$$2\angle x = 146^\circ \quad \therefore \angle x = 73^\circ$$

$$\therefore \angle FET = 73^\circ$$

... (4단계)

답 73°



단계	채점 요소	배점
1	$\overline{AD} \parallel \overline{EF}$ 임을 알기	2점
2	$\angle CBE, \angle BCE$ 의 크기를 $\angle FET$ 로 나타내기	2점
3	$\angle CEB$ 의 크기 구하기	1점
4	$\angle FET$ 의 크기 구하기	1점

06 산포도

III. 통계

SELF CHECK

본책 102쪽

A (1) 편차의 총합은 0이므로

$$(-3) + 2 + x + 4 = 0 \quad \therefore x = -3$$

(2) 편차의 총합은 0이므로

$$5 + (-1) + 0 + x + 3 = 0 \quad \therefore x = -7$$

(3) 편차의 총합은 0이므로

$$(-6) + x + 1 + 7 + (-5) = 0 \quad \therefore x = 3$$

(4) 편차의 총합은 0이므로

$$0 + 1 + (-8) + 9 + 3 + x = 0 \quad \therefore x = -5$$

답 (1) -3 (2) -7 (3) 3 (4) -5

B (1) (평균) = $\frac{9+13+17+9}{4} = \frac{48}{4} = 12$

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$$-3, 1, 5, -3$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + 1^2 + 5^2 + (-3)^2}{4} = \frac{44}{4} = 11$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{11}$$

(2) (평균) = $\frac{11+7+8+10+4}{5} = \frac{40}{5} = 8$

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$$3, -1, 0, 2, -4$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{3^2 + (-1)^2 + 0^2 + 2^2 + (-4)^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{6}$$

(3) (평균) = $\frac{10+13+18+12+9+16}{6} = \frac{78}{6} = 13$

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$$-3, 0, 5, -1, -4, 3$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + 0^2 + 5^2 + (-1)^2 + (-4)^2 + 3^2}{6}$$

$$= \frac{60}{6} = 10$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{10}$$

답 (1) 평균: 12, 분산: 11, 표준편차: $\sqrt{11}$

(2) 평균: 8, 분산: 6, 표준편차: $\sqrt{6}$

(3) 평균: 13, 분산: 10, 표준편차: $\sqrt{10}$

내신 유형 다지기

본책 103~109쪽

유형 081 편차

본책 103쪽

(1) (편차) = (변량) - (평균)

(2) 편차의 총합은 항상 0이다.

485 편차의 총합은 0이므로

$$(-5) + x + 3 + 1 + y = 0$$

$$\therefore x + y = 1$$

답 ⑤

486 (평균) = $\frac{32+38+37+30+34+33}{6} = \frac{204}{6} = 34$ (분)

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

$$-2\text{분}, 4\text{분}, 3\text{분}, -4\text{분}, 0\text{분}, -1\text{분}$$

따라서 편차가 될 수 없는 것은 ④이다.

답 ④

487 편차의 총합은 0이므로

$$x + (x-3) + (-2) + (x+2) + (x-1) = 0$$

$$4x = 4 \quad \therefore x = 1$$

답 ③

유형 082 편차를 이용하여 변량 구하기

본책 103쪽

편차를 이용하여 변량을 구할 때에는 다음과 같은 순서로 한다.

① 편차의 총합은 항상 0임을 이용하여 자료의 편차를 구한다.

② (변량) = (평균) + (편차)임을 이용하여 변량을 구한다.

488 학생 C의 분당 맥박 수의 편차를 x 회라 하면 편차의 총합은 0이므로

$$(-3) + 6 + x + 2 + (-4) = 0 \quad \therefore x = -1$$

따라서 학생 C의 분당 맥박 수는

$$75 + (-1) = 74 \text{ (회)}$$

답 74회

489 4회에 던진 공의 속력을 x km/h라 하면 편차의 총합은 0이므로

$$(-4) + 1 + (-3) + x + (-6) + 4 = 0 \quad \therefore x = 8$$

따라서 가장 빠른 공은 4회에 던진 공이므로 이 공의 속력은

$$137 + 8 = 145 \text{ (km/h)}$$

답 ③

490 편차의 총합은 0이므로

$$(-4) + 5 + 2 + c + (-7) = 0 \quad \therefore c = 4$$

... ①단계

이때 가희의 편차가 -4시간이므로 평균은

$$12 - (-4) = 16 \text{ (시간)}$$

... ②단계

$$2 = a - 16 \text{에서} \quad a = 18$$

$$4 = b - 16 \text{에서} \quad b = 20$$

... ③단계

$$\therefore a - b + c = 18 - 20 + 4 = 2$$

... ④단계

답 2

단계	채점 요소	비율
1	c의 값 구하기	30 %
2	평균 구하기	20 %
3	a, b의 값 구하기	40 %
4	a-b+c의 값 구하기	10 %

참고 (편차) = (변량) - (평균)이므로 (평균) = (변량) - (편차)임을 이용하여 평균을 구할 수 있다.

491 ① 편차의 총합은 0이므로

$$2 + (-3) + (-1) + x + (-2) = 0 \quad \therefore x = 4$$

② B 숙박 시설의 고객 만족도 평가 점수는

$$6 + (-3) = 3 \text{ (점)}$$

③ 편차가 클수록 변량이 크므로 편차가 가장 큰 D 숙박 시설의 고객 만족도 평가 점수가 가장 높다.

④ 고객 만족도 평가 점수가 평균보다 높은 숙박 시설은 A, D 2곳이다.

⑤ E 숙박 시설이 C 숙박 시설보다 고객 만족도 평가 점수가 1점 더 낮다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

492 편차의 총합은 0이므로

$$0 + 4 + d + e + (-5) = 0$$

$$\therefore d + e = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

부산의 최고 기온이 전주의 최고 기온보다 3°C 더 높으므로

$$d - e = 3 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \text{을 하면} \quad 2d = 4 \quad \therefore d = 2$$

$$d = 2 \text{를 } \textcircled{1} \text{에 대입하면} \quad 2 + e = 1 \quad \therefore e = -1$$

부산의 최고 기온은 17°C, 편차는 2°C이므로 평균은

$$17 - 2 = 15 \text{ (}^\circ\text{C)}$$

즉 서울, 제주, 강릉의 최고 기온은 각각

$$15^\circ\text{C}, 15 + 4 = 19^\circ\text{C}, 15 + (-5) = 10^\circ\text{C}$$

$$\therefore a = 15, b = 19, c = 10$$

따라서 옳은 것은 ②이다.

답 ②

다른 풀이 서울의 편차가 0°C이므로 5개 도시의 최고 기온의 평균은 $a^\circ\text{C}$ 이다.

이때 $b = a + 4, c = a + (-5)$ 이므로

$$\frac{a + (a + 4) + 17 + 14 + (a - 5)}{5} = a$$

$$3a + 30 = 5a \quad \therefore a = 15$$

$$\therefore b = 15 + 4 = 19, c = 15 + (-5) = 10,$$

$$d = 17 - 15 = 2, e = 14 - 15 = -1$$

유형 083 분산과 표준편차

본책 104쪽

$$(1) \text{ (분산)} = \frac{\{(\text{편차})^2 \text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}$$

$$(2) \text{ (표준편차)} = \sqrt{\text{분산}}$$

493 B 학생의 편차를 x 회라 하면 편차의 총합은 0이므로

$$4 + x + 0 + (-3) + 1 = 0 \quad \therefore x = -2$$

$$\text{(분산)} = \frac{4^2 + (-2)^2 + 0^2 + (-3)^2 + 1^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{6} \text{ (회)}$$

답 $\sqrt{6}$ 회

$$494 \text{ (평균)} = \frac{60 + 51 + 59 + 56 + 53 + 63}{6} = \frac{342}{6} = 57 \text{ (개)}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{(분산)} &= \frac{3^2 + (-6)^2 + 2^2 + (-1)^2 + (-4)^2 + 6^2}{6} \\ &= \frac{102}{6} = 17 \end{aligned}$$

답 ③

495 6점이 1개, 7점이 3개, 8점이 2개, 9점이 3개, 10점이 1개이므로

$$\text{(평균)} = \frac{6 \times 1 + 7 \times 3 + 8 \times 2 + 9 \times 3 + 10 \times 1}{10}$$

$$= \frac{80}{10} = 8 \text{ (점)}$$

... ①단계

$$\therefore \text{(분산)} = \frac{(-2)^2 \times 1 + (-1)^2 \times 3 + 0^2 \times 2 + 1^2 \times 3 + 2^2 \times 1}{10}$$

$$= \frac{14}{10} = 1.4$$

... ②단계

답 1.4

단계	채점 요소	비율
1	평균 구하기	50 %
2	분산 구하기	50 %

496 연속하는 네 짝수를 $x, x+2, x+4, x+6$ 이라 하면

$$\text{(평균)} = \frac{x + (x+2) + (x+4) + (x+6)}{4}$$

$$= \frac{4x+12}{4} = x+3$$

$$\text{(분산)} = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 3^2}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{5}$$

답 ④

497 A, B, C, E의 편차는 각각 -3개, 4개, -4개, 0개이다. 편차의 총합은 0이므로 D의 편차를 x 개라 하면

$$(-3) + 4 + (-4) + x + 0 = 0 \quad \therefore x = 3$$

$$\text{(분산)} = \frac{(-3)^2 + 4^2 + (-4)^2 + 3^2 + 0^2}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

$$\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{10} \text{ (개)}$$

답 $\sqrt{10}$ 개

참고 C의 편차는 $(-3) - 1 = -4$ (개)이고, E의 편차는 $(-4) + 4 = 0$ (개)이다.

498 승민이의 점수를 x 점이라 하면 서울, 민주, 지은, 중훈, 예지의 점수는 각각 $(x-5)$ 점, $(x+8)$ 점, $(x-4)$ 점, $(x+7)$ 점, $(x+4)$ 점이므로

$$\text{(평균)} = \frac{(x-5) + (x+8) + (x-4) + (x+7) + (x+4)}{5}$$

$$= \frac{5x+10}{5} = x+2 \text{ (점)}$$

$$\text{(분산)} = \frac{(-7)^2 + 6^2 + (-6)^2 + 5^2 + 2^2}{5} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\therefore \text{(표준편차)} = \sqrt{30} \text{ (점)}$$

답 $\sqrt{30}$ 점

유형 084 평균 또는 분산이 주어진 경우

본책 105쪽

(평균) = $\frac{\text{(변량의 총합)}}{\text{(변량의 개수)}}$ 또는 (분산) = $\frac{\{(\text{편차})^2\text{의 총합}\}}{\text{(변량의 개수)}}$ 임을 이용하여 미지수의 값을 구한다.

499 평균이 6이므로

$$\frac{4+7+2+x+10}{5}=6, \quad 23+x=30 \quad \therefore x=7$$

따라서 주어진 변량은 4, 7, 2, 7, 10이므로

$$\begin{aligned} \text{(분산)} &= \frac{(-2)^2+1^2+(-4)^2+1^2+4^2}{5} \\ &= \frac{38}{5}=7.6 \end{aligned}$$

답 ②

$$\begin{aligned} \text{500} \quad \text{(평균)} &= \frac{(a+6)+8+(3a-3)+5}{4} \\ &= \frac{4a+16}{4}=a+4 \end{aligned}$$

... ①단계

분산이 2.5이므로

$$\frac{2^2+(4-a)^2+(2a-7)^2+(1-a)^2}{4}=2.5 \quad \dots \text{②단계}$$

$$6a^2-38a+70=10, \quad 3a^2-19a+30=0$$

$$(a-3)(3a-10)=0 \quad \therefore a=3 \text{ 또는 } a=\frac{10}{3}$$

따라서 정수 a 의 값은 3이다.

... ③단계

답 3

단계	채점 요소	비율
1	평균을 a 에 대한 식으로 나타내기	40 %
2	분산을 이용하여 식 세우기	30 %
3	정수 a 의 값 구하기	30 %

501 $a \leq b \leq c$ 라 하면 중앙값과 최빈값이 모두 6이므로

$$a=6, b=6$$

평균이 5이므로

$$\frac{4+6+6+1+c}{5}=5, \quad 17+c=25 \quad \therefore c=8$$

따라서 주어진 변량은 4, 6, 6, 1, 8이므로

$$\begin{aligned} \text{(분산)} &= \frac{(-1)^2+1^2+1^2+(-4)^2+3^2}{5} \\ &= \frac{28}{5}=5.6 \end{aligned}$$

답 ⑤

만점 공략 노트

- (1) 중앙값: 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 한가운데에 있는 값
- (2) 최빈값: 자료의 변량 중에서 가장 많이 나타나는 값

502 a, b, c, d 의 평균이 3이므로

$$\frac{a+b+c+d}{4}=3 \quad \therefore a+b+c+d=12 \quad \dots \text{①}$$

a, b, c, d 의 표준편차가 $\sqrt{5}$, 즉 분산이 5이므로

$$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2}{4}=5$$

$$\therefore (a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2=20$$

..... ①

따라서 a, b, c, d , 3에 대하여

$$\text{(평균)} = \frac{a+b+c+d+3}{5} = \frac{12+3}{5}=3 \quad (\because \text{①})$$

$$\begin{aligned} \text{(분산)} &= \frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2+0^2}{5} \\ &= \frac{20}{5}=4 \quad (\because \text{②}) \end{aligned}$$

답 ④

503 잘못 본 2개의 변량을 제외한 나머지 2개의 변량을 x_1, x_2 라 하자.

잘못 보고 구한 평균이 5이므로

$$\frac{x_1+x_2+2+7}{4}=5, \quad x_1+x_2+9=20$$

$$\therefore x_1+x_2=11$$

..... ①

또 분산이 10이므로

$$\frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(-3)^2+2^2}{4}=10$$

$$(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+13=40$$

$$\therefore (x_1-5)^2+(x_2-5)^2=27$$

..... ②

따라서 처음 자료에 대하여

$$\text{(평균)} = \frac{x_1+x_2+1+8}{4} = \frac{11+1+8}{4}=5 \quad (\because \text{①})$$

$$\begin{aligned} \text{(분산)} &= \frac{(x_1-5)^2+(x_2-5)^2+(-4)^2+3^2}{4} \\ &= \frac{27+16+9}{4}=13 \quad (\because \text{②}) \end{aligned}$$

따라서 처음 자료의 표준편차는 $\sqrt{13}$ 이다.

답 ③

다른 풀이 처음 자료의 변량 1, 8과 잘못 본 변량 2, 7의 합이 9로 같으므로 4개의 변량의 총합에는 변화가 없다.

즉 처음 자료의 평균은 5이다.

이때 잘못 본 2개의 변량을 제외한 2개의 변량의 (편차)²의 총합을 a 라 하면 분산이 10이므로

$$\frac{(2-5)^2+(7-5)^2+a}{4}=10, \quad 13+a=40 \quad \therefore a=27$$

따라서 처음 자료의 분산은

$$\frac{(1-5)^2+(8-5)^2+27}{4} = \frac{52}{4}=13$$

이므로 처음 자료의 표준편차는 $\sqrt{13}$ 이다.

유형 085 평균과 분산을 이용하여 식의 값 구하기

본책 106쪽

① 주어진 평균과 분산을 이용하여 식을 세운다.

② 곱셈 공식을 이용하여 식의 값을 구한다.

참고 $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$, $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$ 임을 이용한다.

504 평균이 5이므로

$$\frac{x+y+5+7}{4}=5$$

$$x+y+12=20$$

$$\therefore x+y=8 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 2이므로

$$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+0^2+2^2}{4}=2$$

$$(x-5)^2+(y-5)^2+4=8$$

$$\therefore x^2+y^2-10(x+y)+54=8$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2-10 \times 8+54=8$$

$$\therefore x^2+y^2=34 \quad \text{답 ②}$$

505 평균이 7이므로

$$\frac{8+x+4+y+6}{5}=7$$

$$x+y+18=35$$

$$\therefore x+y=17 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 $\sqrt{6}$, 즉 분산이 6이므로

$$\frac{1^2+(x-7)^2+(-3)^2+(y-7)^2+(-1)^2}{5}=6$$

$$(x-7)^2+(y-7)^2+11=30$$

$$\therefore x^2+y^2-14(x+y)+109=30$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2-14 \times 17+109=30$$

$$\therefore x^2+y^2=159 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ 에 ①, ②을 대입하면

$$17^2=159+2xy \quad \therefore 2xy=130 \quad \text{답 ⑤}$$

506 편차의 총합은 0이므로

$$0+1+x+(-2)+y=0$$

$$x+y-1=0 \quad \therefore x+y=1 \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots \textcircled{1\text{단계}}$$

표준편차가 $\sqrt{2}$ 점, 즉 분산이 2이므로

$$\frac{0^2+1^2+x^2+(-2)^2+y^2}{5}=2$$

$$x^2+y^2+5=10 \quad \therefore x^2+y^2=5 \quad \dots\dots \textcircled{2} \quad \dots \textcircled{2\text{단계}}$$

이때 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$ 에 ①, ②을 대입하면

$$1^2=5+2xy, \quad 2xy=-4$$

$$\therefore xy=-2 \quad \dots \textcircled{3\text{단계}}$$

답 -2

단계	채점 요소	비율
1	$x+y$ 의 값 구하기	30%
2	x^2+y^2 의 값 구하기	30%
3	xy 의 값 구하기	40%

507 평균이 10이므로

$$\frac{x+y}{2}=10 \quad \therefore x+y=20 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 4이므로

$$\frac{(x-10)^2+(y-10)^2}{2}=4$$

$$\therefore x^2+y^2-20(x+y)+200=8$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2-20 \times 20+200=8$$

$$\therefore x^2+y^2=208$$

따라서 대각선의 길이는

$$\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{208}=4\sqrt{13} \quad \text{답 ④}$$

508 x, y, z 의 평균이 8이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=8$$

$$\therefore x+y+z=24 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

x, y, z 의 표준편차가 $\sqrt{5}$, 즉 분산이 5이므로

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3}=5$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2-16(x+y+z)+192=15$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-16 \times 24+192=15$$

$$\therefore x^2+y^2+z^2=207$$

따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{207}{3}=69 \quad \text{답 ③}$$

유형 086 변화된 변량의 평균, 분산, 표준편차 ☞ 본책 107쪽

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, n 개의 변량 $ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, \dots, ax_n+b$ 의 평균, 분산, 표준편차는 다음과 같다.

→ (평균) $=am+b$, (분산) $=a^2s^2$, (표준편차) $=|a|s$

참고 변량에 일정한 수를 더하거나 빼도 분산과 표준편차에는 영향을 주지 않는다.

509 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8$$

$$\therefore a+b+c=24 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

a, b, c 의 표준편차가 $2\sqrt{2}$, 즉 분산이 8이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=8$$

$$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2=24 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

따라서 $a+3, b+3, c+3, 11$ 에 대하여

$$(\text{평균})=\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)+11}{4}$$

$$=\frac{a+b+c+20}{4}$$

$$=\frac{24+20}{4}=11 \quad (\because \textcircled{1})$$

$$\begin{aligned}
 (\text{분산}) &= \frac{1}{4} \{ (a+3-11)^2 + (b+3-11)^2 \\
 &\quad + (c+3-11)^2 + (11-11)^2 \} \\
 &= \frac{1}{4} \{ (a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 \} \\
 &= \frac{1}{4} \times 24 = 6 \quad (\because \text{㉞}) \\
 \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{6} \quad \text{답 ④}
 \end{aligned}$$

510 a, b, c, d, e 의 평균이 4이므로

$$\begin{aligned}
 \frac{a+b+c+d+e}{5} &= 4 \\
 \therefore a+b+c+d+e &= 20 \quad \dots\dots \text{㉞} \\
 a, b, c, d, e \text{의 표준편차가 } \sqrt{2}, \text{ 즉 분산이 } 2 \text{이므로} \\
 \frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 + (d-4)^2 + (e-4)^2}{5} &= 2 \\
 \therefore (a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 + (d-4)^2 + (e-4)^2 &= 10 \\
 \dots\dots \text{㉟} \quad \dots \text{ 1단계}
 \end{aligned}$$

따라서 $5a, 5b, 5c, 5d, 5e$ 에 대하여

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{5a+5b+5c+5d+5e}{5} \\
 &= \frac{5(a+b+c+d+e)}{5} \\
 &= \frac{5 \times 20}{5} = 20 \quad (\because \text{㉞}) \quad \dots \text{ 2단계} \\
 (\text{분산}) &= \frac{1}{5} \{ (5a-20)^2 + (5b-20)^2 + (5c-20)^2 \\
 &\quad + (5d-20)^2 + (5e-20)^2 \} \\
 &= \frac{25}{5} \{ (a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 \\
 &\quad + (d-4)^2 + (e-4)^2 \} \\
 &= 5 \times 10 = 50 \quad (\because \text{㉟}) \quad \dots \text{ 3단계}
 \end{aligned}$$

즉 구하는 합은 $20+50=70$... 4단계
답 70

단계	채점 요소	비율
1	a, b, c, d, e 의 평균과 표준편차를 이용하여 a, b, c, d, e 에 대한 식 세우기	30 %
2	평균 구하기	30 %
3	분산 구하기	30 %
4	평균과 분산의 합 구하기	10 %

다른 풀이 $5a, 5b, 5c, 5d, 5e$ 에 대하여

$$(\text{평균}) = 5 \times 4 = 20, (\text{분산}) = 5^2 \times (\sqrt{2})^2 = 50$$

이므로 구하는 합은 $20+50=70$

511 a, b, c, d 의 평균이 6이므로

$$\begin{aligned}
 \frac{a+b+c+d}{4} &= 6 \\
 \therefore a+b+c+d &= 24 \quad \dots\dots \text{㉞} \\
 a, b, c, d \text{의 분산이 } 5 \text{이므로} \\
 \frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2}{4} &= 5 \\
 \therefore (a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 &= 20 \\
 \dots\dots \text{㉟}
 \end{aligned}$$

따라서 $2a-5, 2b-5, 2c-5, 2d-5$ 에 대하여

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{(2a-5) + (2b-5) + (2c-5) + (2d-5)}{4} \\
 &= \frac{2(a+b+c+d) - 20}{4} = \frac{2 \times 24 - 20}{4} = 7 \quad (\because \text{㉞}) \\
 (\text{분산}) &= \frac{1}{4} \{ (2a-5-7)^2 + (2b-5-7)^2 \\
 &\quad + (2c-5-7)^2 + (2d-5-7)^2 \} \\
 &= \frac{4}{4} \{ (a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2 \} \\
 &= 20 \quad (\because \text{㉟})
 \end{aligned}$$

즉 $m=7, n=20$ 이므로

$$2m+n = 2 \times 7 + 20 = 34 \quad \text{답 ②}$$

다른 풀이 $2a-5, 2b-5, 2c-5, 2d-5$ 에 대하여

$$(\text{평균}) = 2 \times 6 - 5 = 7, (\text{분산}) = 2^2 \times 5 = 20$$

이므로 $m=7, n=20$

$$\therefore 2m+n = 2 \times 7 + 20 = 34$$

512 보너스 마일리지 적립 전의 회원 20명의 마일리지를 각각 x_1 마일, x_2 마일, ..., x_{20} 마일이라 하고 평균을 m 마일, 표준편차를 s 마일이라 하면

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{x_1+x_2+\dots+x_{20}}{20} = m \\
 \therefore x_1+x_2+\dots+x_{20} &= 20m \quad \dots\dots \text{㉞} \\
 (\text{분산}) &= \frac{(x_1-m)^2 + (x_2-m)^2 + \dots + (x_{20}-m)^2}{20} \\
 &= s^2 \quad \dots\dots \text{㉟}
 \end{aligned}$$

보너스 마일리지 2마일씩을 추가로 적립해 주었을 때의 마일리지는 각각 (x_1+2) 마일, (x_2+2) 마일, ..., $(x_{20}+2)$ 마일이므로 보너스 마일리지 적립 후의 마일리지에 대하여

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{(x_1+2) + (x_2+2) + \dots + (x_{20}+2)}{20} \\
 &= \frac{(x_1+x_2+\dots+x_{20}) + 40}{20} \\
 &= \frac{20m+40}{20} = m+2 \text{ (마일)} \quad (\because \text{㉞}) \\
 (\text{분산}) &= \frac{1}{20} \{ (x_1+2-m-2)^2 + (x_2+2-m-2)^2 \\
 &\quad + \dots + (x_{20}+2-m-2)^2 \} \\
 &= \frac{1}{20} \{ (x_1-m)^2 + (x_2-m)^2 + \dots + (x_{20}-m)^2 \} \\
 &= s^2 \quad (\because \text{㉟}) \\
 \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{s^2} = s \text{ (마일)} \quad (\because s > 0)
 \end{aligned}$$

따라서 회원 20명 모두에게 각각 마일리지 2마일씩을 추가로 적립해 주었을 때, 평균은 2마일 올라가고 표준편차는 변함없다.

답 ⑤

다른 풀이 보너스 마일리지 적립 전의 회원 20명의 마일리지를 각각 x_1 마일, x_2 마일, x_3 마일, ..., x_{20} 마일이라 하고 평균을 m 마일, 표준편차를 s 마일이라 하면 보너스 마일리지 2마일씩을 추가로 적립해 주었을 때의 마일리지는 각각 (x_1+2) 마일, (x_2+2) 마일, ..., $(x_{20}+2)$ 마일이므로 보너스 마일리지 적립 후의 마일리지에 대하여

$$(\text{평균}) = m+2 \text{ (마일)}, (\text{표준편차}) = |1| \times s = s \text{ (마일)}$$

513 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 9이므로

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = 9 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2 + \dots + (x_n - 9)^2}{n} = 9 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

따라서 $3x_1 + 1, 3x_2 + 1, 3x_3 + 1, \dots, 3x_n + 1$ 에 대하여

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{(3x_1 + 1) + (3x_2 + 1) + \dots + (3x_n + 1)}{n} \\ &= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) + n}{n} \\ &= 3 \times 9 + 1 = 28 \quad (\because \textcircled{㉠}) \\ (\text{분산}) &= \frac{1}{n} \{ (3x_1 + 1 - 28)^2 + (3x_2 + 1 - 28)^2 \\ &\quad + \dots + (3x_n + 1 - 28)^2 \} \\ &= 9 \times \frac{(x_1 - 9)^2 + (x_2 - 9)^2 + \dots + (x_n - 9)^2}{n} \\ &= 9 \times 9 = 81 \quad (\because \textcircled{㉡}) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{81} = 9$$

즉 $a = 28, b = 9$ 이므로

$$a + b = 28 + 9 = 37$$

답 37

다른 풀이 $3x_1 + 1, 3x_2 + 1, \dots, 3x_n + 1$ 에 대하여

$$(\text{평균}) = 3 \times 9 + 1 = 28, (\text{표준편차}) = |3| \times 3 = 9$$

이므로

$$a = 28, b = 9$$

$$\therefore a + b = 28 + 9 = 37$$

유형 087 두 집단 전체의 평균, 분산, 표준편차 (본책 107쪽)

평균이 같은 두 집단 A, B의 변량의 개수와 표준편차가 오른쪽 표와 같을 때, A, B 두 집단 전체의 표준편차는

	A	B
변량의 개수	a	b
표준편차	x	y

$$\rightarrow \sqrt{\frac{\{(\text{편차})^2 \text{의 총합}\}}{(\text{변량의 총개수})}} = \sqrt{\frac{ax^2 + by^2}{a+b}}$$

514 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 $4^2 = 16,$

$6^2 = 36$ 이므로 전체 학생의 (편차)²의 총합은

$$20 \times 16 + 20 \times 36 = 1040$$

따라서 (분산) = $\frac{1040}{40} = 26$ 이므로

$$(\text{표준편차}) = \sqrt{26} \quad (\text{점}) \quad \text{답 } \sqrt{26} \text{ 점}$$

515 A, B 두 반 학생의 평균이 같고 분산이 각각 3, 4이므로 두 반 전체 학생의 (편차)²의 총합은

$$20 \times 3 + 30 \times 4 = 180$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{180}{50} = 3.6 \quad \text{답 } 3.6$$

516 남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 $5^2 = 25, x^2$

이므로 전체 학생의 (편차)²의 총합은

$$14 \times 25 + 6 \times x^2 = 350 + 6x^2$$

이때 전체 학생의 표준편차가 $\sqrt{19}$ 점, 즉 분산이 19이므로

$$\frac{350 + 6x^2}{20} = 19 \quad \dots \textcircled{1 \text{ 단계}}$$

$$350 + 6x^2 = 380$$

$$x^2 = 5$$

$$\therefore x = \sqrt{5} \quad (\because x > 0) \quad \dots \textcircled{2 \text{ 단계}}$$

답 $\sqrt{5}$

단계	채점 요소	비율
1	전체 학생의 표준편차를 이용하여 식 세우기	70 %
2	x 의 값 구하기	30 %

517 a, b 의 평균이 5이므로

$$\frac{a+b}{2} = 5$$

$$\therefore a + b = 10 \quad \dots \textcircled{㉠}$$

a, b 의 분산이 2이므로

$$\frac{(a-5)^2 + (b-5)^2}{2} = 2$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 4$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 4$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2 + b^2 - 10 \times 10 + 50 = 4$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 54 \quad \dots \textcircled{㉡}$$

c, d 의 평균이 7이므로

$$\frac{c+d}{2} = 7$$

$$\therefore c + d = 14 \quad \dots \textcircled{㉢}$$

c, d 의 분산이 10이므로

$$\frac{(c-7)^2 + (d-7)^2}{2} = 10$$

$$(c-7)^2 + (d-7)^2 = 20$$

$$\therefore c^2 + d^2 - 14(c+d) + 98 = 20$$

위의 식에 ㉢을 대입하면

$$c^2 + d^2 - 14 \times 14 + 98 = 20$$

$$\therefore c^2 + d^2 = 118 \quad \dots \textcircled{㉣}$$

따라서 a, b, c, d 의 평균은

$$\frac{a+b+c+d}{4} = \frac{10+14}{4} = 6 \quad (\because \textcircled{㉠}, \textcircled{㉢})$$

이므로 a, b, c, d 의 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{(a-6)^2 + (b-6)^2 + (c-6)^2 + (d-6)^2}{4} \\ &= \frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - 12(a+b+c+d) + 144}{4} \\ &= \frac{54 + 118 - 12 \times (10+14) + 144}{4} \quad (\because \textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}, \textcircled{㉢}, \textcircled{㉣}) \\ &= \frac{28}{4} = 7 \end{aligned}$$

즉 a, b, c, d 의 표준편차는 $\sqrt{7}$ 이다.

답 ③

유형 088 표준편차의 직관적 비교

본책 108쪽

- (1) 변량들이 평균을 중심으로 가까이 모여 있고 변량 간의 격차가 작을수록 → 표준편차가 작다.
(2) 변량들이 평균을 중심으로 넓게 흩어져 있고 변량 간의 격차가 클수록 → 표준편차가 크다.

518 주어진 자료의 평균은 모두 3이고 표준편차는 변량 간의 격차가 클수록 크므로 주어진 자료 중에서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다. **답 ①**

다른 풀이 주어진 자료의 평균은 모두 3이고 표준편차를 구하면 다음과 같다.

- ① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ 0

따라서 표준편차가 가장 큰 것은 ①이다.

참고 ⑤ 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3과 같이 자료의 변량이 모두 같으면 편차가 모두 0이므로 분산, 표준편차도 모두 0이다.

519 세 선수의 사격 결과는 다음과 같다.

- A 선수: 1점, 2점, 3점, 4점, 5점, 5점, 6점, 7점, 8점, 9점
B 선수: 1점, 1점, 1점, 5점, 5점, 5점, 5점, 9점, 9점, 9점
C 선수: 3점, 4점, 4점, 5점, 5점, 5점, 5점, 6점, 6점, 7점
세 선수 A, B, C의 점수의 평균이 모두 5점이므로 5점을 중심으로 가까이 모여 있을수록 표준편차가 작다.
따라서 표준편차가 가장 작은 선수는 C이다. **답 C 선수**

520 각 거래처의 평가 결과를 점수로 나타내면 다음과 같다.

- A 거래처: 3점, 2점, 3점, 2점
B 거래처: 4점, 4점, 3점, 4점
C 거래처: 5점, 4점, 3점, 3점
D 거래처: 3점, 4점, 2점, 2점
이때 점수의 변동이 가장 적은 거래처는 B이므로 표준편차가 가장 작은 거래처는 B이다. **답 B 거래처**

521 세 자료 A, B, C는

- [자료 A] 1, 2, 3, ..., 50
[자료 B] 51, 52, 53, ..., 100
[자료 C] 2, 4, 6, ..., 100

이고 표준편차는 평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내므로 자료 A와 자료 B의 표준편차는 같고 자료 C의 표준편차는 자료 A, 자료 B의 표준편차보다 크다.

∴ $a=b<c$ **답 ③**

다른 풀이 자료 B는 자료 A의 각 변량에 50을 더한 것과 같다. 즉 $1+50, 2+50, \dots, 50+50$ 이므로 표준편차는 a 이다.

∴ $a=b$

자료 C는 자료 A의 각 변량에 2를 곱한 것과 같다.

즉 $1 \times 2, 2 \times 2, \dots, 50 \times 2$ 이므로 표준편차는 $|2| \times a = 2a$ 이다.

∴ $a < c$

∴ $a=b < c$

유형 089 자료의 이해

본책 109쪽

- (1) 표준편차가 작다. → 자료의 분포 상태가 고르다.
(2) 표준편차가 크다. → 자료의 분포 상태가 고르지 않다.

522 ① 수학 성적이 가장 우수한 반은 평균이 가장 높은 4반이다.

② 80점 이상인 학생이 어느 반에 더 많은지는 알 수 없다.

③ 3반의 표준편차가 5반의 표준편차보다 작으므로 3반의 수학 성적이 5반의 수학 성적보다 고르다.

④ 4반의 표준편차가 가장 크므로 수학 성적이 가장 고르지 않은 반은 4반이다.

⑤ 각 반의 학생 수를 알 수 없으므로 편차의 제곱의 총합을 비교할 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다. **답 ③**

523 ㄱ. A 그룹의 평균이 가장 작으므로 체중 감소량이 가장 적은 편이다.

ㄴ. 체중 감소량이 가장 큰 환자가 속한 그룹은 알 수 없다.

ㄷ. 체중 감소량이 5 kg 미만인 환자 수가 어느 그룹에 많은지는 알 수 없다.

ㄹ. C 그룹의 표준편차가 가장 작으므로 체중 감소량이 가장 높은 그룹은 C 그룹이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄹ이다. **답 ③**

524 A 반의 평균은

$$\frac{1 \times 1 + 2 \times 6 + 3 \times 7 + 4 \times 4 + 5 \times 2}{1 + 6 + 7 + 4 + 2} = \frac{60}{20} = 3 \text{ (회)}$$

이므로 A 반의 분산은

$$\frac{(-2)^2 \times 1 + (-1)^2 \times 6 + 0^2 \times 7 + 1^2 \times 4 + 2^2 \times 2}{20}$$

$$= \frac{22}{20} = 1.1$$

... 1단계

B 반의 평균은

$$\frac{2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 6 + 5 \times 4 + 6 \times 3}{3 + 4 + 6 + 4 + 3} = \frac{80}{20} = 4 \text{ (회)}$$

이므로 B 반의 분산은

$$\frac{(-2)^2 \times 3 + (-1)^2 \times 4 + 0^2 \times 6 + 1^2 \times 4 + 2^2 \times 3}{20}$$

$$= \frac{32}{20} = 1.6$$

... 2단계

따라서 A 반의 분산이 B 반의 분산보다 작으므로 A 반의 병원 진료 횟수가 B 반의 병원 진료 횟수보다 더 고르다. ... 3단계

답 A반: 1.1, B반: 1.6, 더 고른 반: A반

단계	채점 요소	비율
1	A 반의 분산 구하기	30 %
2	B 반의 분산 구하기	30 %
3	병원 진료 횟수가 더 고른 반 구하기	40 %

525 전략 편차와 표준편차, 분산의 의미를 생각해 본다.

상야: 편차의 절댓값이 작을수록 변량과 평균의 차가 작으므로 변량은 평균에 가깝다.

재현: 표준편차는 평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타내므로 평균이 달라도 표준편차는 같을 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{해선: (평균)} &= \frac{5+6+10+7}{4} = \frac{28}{4} = 7 \text{ (개)이므로} \\ (\text{분산}) &= \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2}{4} = \frac{14}{4} = 3.5 \end{aligned}$$

미연: a, b, c 의 평균이 4이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 4 \quad \therefore a+b+c = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉑}$$

a, b, c 의 표준편차가 1, 즉 분산이 1이므로

$$\begin{aligned} \frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} &= 1 \\ \therefore (a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2 &= 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉒} \end{aligned}$$

따라서 $a+1, b+1, c+1$ 에 대하여

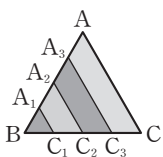
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{(a+1) + (b+1) + (c+1)}{3} \\ &= \frac{a+b+c+3}{3} = \frac{12+3}{3} = 5 \quad (\because \textcircled{㉑}) \\ (\text{분산}) &= \frac{(a+1-5)^2 + (b+1-5)^2 + (c+1-5)^2}{3} \\ &= \frac{(a-4)^2 + (b-4)^2 + (c-4)^2}{3} \\ &= \frac{3}{3} = 1 \quad (\because \textcircled{㉒}) \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{1} = 1$$

따라서 잘못 말한 사람은 재현, 미연이다. **답** 풀이 참조

526 전략 닮은 삼각형을 찾아 닮음비를 이용하여 4개의 조각의 넓이를 k 에 대한 식으로 나타낸다.

오른쪽 그림에서 $\triangle A_1BC_1, \triangle A_2BC_2, \triangle A_3BC_3, \triangle ABC$ 는 서로 닮은 도형이다.
 $\overline{BA_1} : \overline{BA_2} : \overline{BA_3} : \overline{BA} = 1 : 2 : 3 : 4$ 이므로
 $\triangle A_1BC_1 : \triangle A_2BC_2 : \triangle A_3BC_3 : \triangle ABC$
 $= 1^2 : 2^2 : 3^2 : 4^2 = 1 : 4 : 9 : 16$



이때 $\triangle A_1BC_1 = k$ 이므로

$$\triangle A_2BC_2 = 4k, \triangle A_3BC_3 = 9k, \triangle ABC = 16k$$

따라서 4개의 조각의 넓이는 각각

$$k, 4k - k = 3k, 9k - 4k = 5k, 16k - 9k = 7k$$

이므로

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{k+3k+5k+7k}{4} = \frac{16k}{4} = 4k \\ (\text{분산}) &= \frac{(k-4k)^2 + (3k-4k)^2 + (5k-4k)^2 + (7k-4k)^2}{4} \\ &= \frac{20k^2}{4} = 5k^2 \\ \therefore (\text{표준편차}) &= \sqrt{5k^2} = \sqrt{5}k \quad (\because k > 0) \end{aligned}$$

답 ④

만점 공략 노트

닮은 도형의 넓이의 비

닮은 두 도형의 닮음비가 $a : b$ 이면 두 도형의 넓이의 비는 $a^2 : b^2$ 이다.

527 전략 달걀 4개의 무게의 평균을 x g이라 하고 5개의 무게를 x 에 대한 식으로 나타낸다.

처음 달걀 4개의 무게의 평균을 x g이라 하면 처음 달걀 4개의 무게는

$$(x-4) \text{ g}, (x+2) \text{ g}, (x-1) \text{ g}, (x+3) \text{ g}$$

이때 달걀 A의 무게는

$$(x-4) + 10 = x + 6 \text{ (g)}$$

달걀 A를 포함한 달걀 5개의 무게의 평균은

$$\begin{aligned} \frac{(x-4) + (x+2) + (x-1) + (x+3) + (x+6)}{5} \\ = \frac{5x+6}{5} = x + \frac{6}{5} \text{ (g)} \end{aligned}$$

달걀 A를 포함한 달걀 5개의 무게의 평균이 처음 달걀 4개의 무게의 평균보다 2% 증가하였으므로

$$\begin{aligned} x + \frac{6}{5} &= x \times \frac{102}{100}, \quad 100x + 120 = 102x \\ 2x &= 120 \quad \therefore x = 60 \end{aligned}$$

따라서 달걀 A의 무게는

$$60 + 6 = 66 \text{ (g)}$$

답 ④

528 전략 모든 눈이 적어도 한 번씩 나오고 최빈값이 1개뿐이려면 1 또는 5가 3번 이상 나와야 함을 이용한다.

한 개의 주사위를 9번 던져 나온 눈의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때,

$$a, b, c, d, e, f, g, h, i$$

(단, $a, b, c, \dots, i$ 는 $a \leq b \leq c \leq \dots \leq i$ 이고

1 이상 6 이하의 자연수)

라 하자.

(가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔으므로

$$a=1, i=6$$

(다)에서 중앙값이 3이므로 $e=3$

또 (나)에서 최빈값은 1개뿐이므로 1 또는 5가 적어도 3번 이상 나와야 한다.

이때 모든 눈이 적어도 한 번씩 나오려면 5는 3번 나올 수 없으므로 1이 최빈값이어야 한다.

$$\therefore b=c=1 \quad \therefore d=2$$

또 $e=3, i=6$ 이고, 모든 눈이 적어도 한 번씩은 나왔으므로 e, f, g, h, i 에서 3, 4, 5, 6이 한 번씩 나오고, 3, 4, 5, 6 중에서 하나의 숫자가 중복된다.

이때 중복되는 눈의 수를 x 라 하면 (다)에서 평균이 3이므로

$$\begin{aligned} \frac{1+1+1+2+3+x+4+5+6}{9} &= 3 \\ 23+x &= 27 \quad \therefore x=4 \end{aligned}$$

즉 한 개의 주사위를 9번 던져 나온 눈의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 1, 2, 3, 4, 4, 5, 6
(다)에서 평균이 3이므로 편차는 순서대로
-2, -2, -2, -1, 0, 1, 1, 2, 3

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2 + (-2)^2 + (-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2}{9} = \frac{28}{9}$$

즉 $a = \frac{28}{9}$ 이므로 $9a = 28$

답 28

다른 풀이 (가)에서 주사위의 모든 눈이 적어도 한 번씩 나왔으므로 9번 던져서 나온 눈의 수를

1, 2, 3, 4, 5, 6, p, q, r (단, $p \leq q \leq r$)

라 하자.

(다)에서 중앙값이 3이므로 눈의 수를 작은 값부터 크기순으로 나열했을 때, 다섯 번째 수는 3이어야 하므로

$$p \leq q \leq 3$$

이때 (나)에서 최빈값이 1개뿐이므로 최빈값은 적어도 3번 이상 나와야 한다.

$$\therefore p = 1, q = 1$$

또 평균이 3이므로 자료의 편차는

$$-2, -1, 0, 1, 2, 3, -2, -2, r-3$$

이고 편차의 총합은 0이므로

$$(-2) + (-1) + 0 + 1 + 2 + 3 + (-2) + (-2) + (r-3) = 0$$

$$\therefore r = 4$$

따라서 분산은

$$\frac{(-2)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 2^2 + 3^2 + (-2)^2 + (-2)^2 + 1^2}{9} = \frac{28}{9}$$

즉 $a = \frac{28}{9}$ 이므로 $9a = 28$

529 **전략** 평균을 이용하여 $x+y$ 의 값을 구하고 분산을 구하는 식을 세운다.

평균이 7점이므로

$$\frac{5+8+9+7+x+y}{6} = 7$$

$$29+x+y=42$$

$$\therefore x+y=13 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 분산은

$$\frac{(-2)^2 + 1^2 + 2^2 + 0^2 + (x-7)^2 + (y-7)^2}{6}$$

$$= \frac{(x-7)^2 + (y-7)^2 + 9}{6}$$

이고, 분산이 최소일 때 표준편차도 최소이다.

①을 만족시키는 자연수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는

(1, 12), (2, 11), (3, 10), (4, 9), (5, 8), (6, 7),

(7, 6), (8, 5), (9, 4), (10, 3), (11, 2), (12, 1)

이때 $(x-7)^2 + (y-7)^2$ 의 값이 최소이어야 하므로

$$x=6, y=7 \text{ 또는 } x=7, y=6$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 36 + 49 = 85 \quad \text{답 85}$$

530 **전략** 평균과 분산을 이용하여 $a+b, a^2+b^2$ 의 값을 구한다.

직육면체의 모서리는 12개이고 모서리의 길이의 평균이 3이므로

$$\frac{4a+4b+4 \times 4}{12} = 3, \quad 4a+4b+16=36$$

$$4a+4b=20 \quad \therefore a+b=5 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

모서리의 길이의 분산이 1이므로

$$\frac{(a-3)^2 \times 4 + (b-3)^2 \times 4 + 1^2 \times 4}{12} = 1$$

$$(a-3)^2 + (b-3)^2 + 1 = 3$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 6(a+b) + 19 = 3$$

위의 식에 ①을 대입하면

$$a^2 + b^2 - 6 \times 5 + 19 = 3 \quad \therefore a^2 + b^2 = 14 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 ①, ②을 대입하면

$$5^2 = 14 + 2ab, \quad 2ab = 11$$

$$\therefore ab = \frac{11}{2} \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

따라서 이 직육면체의 겉넓이는

$$2(ab+4a+4b) = 2 \times \left(\frac{11}{2} + 4 \times 5 \right) = 51 \quad (\because \textcircled{1}, \textcircled{3})$$

답 ④

531 **전략** 로봇의 개수를 n 개, 각 로봇이 하루 동안 포장하는 제품의 개수를 각각 x_1 개, x_2 개, $\dots$, x_n 개라 하고, 평균과 표준편차를 이용하여 식을 세운다.

로봇의 개수를 n 개, 각 로봇이 하루 동안 포장하는 제품의 개수를 각각 x_1 개, x_2 개, $\dots$, x_n 개라 하면 평균이 240개이므로

$$\frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n} = 240 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 8개, 즉 분산이 64이므로

$$\frac{(x_1-240)^2 + (x_2-240)^2 + \dots + (x_n-240)^2}{n} = 64$$

$$\dots\dots \textcircled{2}$$

업그레이드 후 각 로봇이 하루 동안 포장하는 제품의 개수는 각각 (ax_1+b) 개, (ax_2+b) 개, $\dots$, (ax_n+b) 개이다.

이때 평균이 500개이므로

$$\frac{(ax_1+b) + (ax_2+b) + \dots + (ax_n+b)}{n}$$

$$= \frac{a(x_1+x_2+\dots+x_n) + nb}{n}$$

$$= a \times \frac{x_1+x_2+\dots+x_n}{n} + b$$

$$= 240a + b = 500 \quad (\because \textcircled{1}) \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

표준편차가 16개, 즉 분산이 256이므로

$$\frac{1}{n} \{ (ax_1+b-240a-b)^2 + (ax_2+b-240a-b)^2 + \dots + (ax_n+b-240a-b)^2 \}$$

$$= \frac{1}{n} \{ a^2(x_1-240)^2 + a^2(x_2-240)^2 + \dots + a^2(x_n-240)^2 \}$$

$$= a^2 \times \frac{(x_1-240)^2 + (x_2-240)^2 + \dots + (x_n-240)^2}{n}$$

$$= 64a^2 = 256 \quad (\because \textcircled{2})$$

에서 $a^2=4 \quad \therefore a=2 \quad (\because a>0)$

③에 $a=2$ 를 대입하면 $240 \times 2 + b = 500 \quad \therefore b = 20$

따라서 업그레이드 전에 하루 동안 260개를 포장하던 로봇이 업그레이드 후 하루 동안 포장하는 제품의 개수는

$$260a + b = 260 \times 2 + 20 = 540 \text{ (개)} \quad \text{답 540개}$$

다른 풀이 (업그레이드 후 각 변량) = $a \times$ (각 변량) + b (개)이므로

$$\begin{aligned} (\text{업그레이드 후 평균}) &= a \times (\text{업그레이드 전 평균}) + b \\ &= 240a + b \text{ (개)} \quad \dots\dots \text{㉞} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{업그레이드 후 표준편차}) &= |a| \times (\text{업그레이드 전 표준편차}) \\ &= 8a \text{ (개)} \end{aligned}$$

즉 $240a + b = 500$, $8a = 16$ 이므로

$$a = 2, b = 20$$

따라서 업그레이드 전에 하루 동안 260개를 포장하던 로봇이 업그레이드 후 하루 동안 포장하는 제품의 개수는

$$260a + b = 260 \times 2 + 20 = 540 \text{ (개)}$$

532 [전략] 표준편차가 작으려면 (편차)²의 값이 작아야 함을 이용한다.

5개의 컵에 들어 있는 우유의 양의 평균은

$$\frac{200 + 100 + 150 + 60 + 140}{5} = \frac{650}{5} = 130 \text{ (mL)}$$

표준편차는 $\sqrt{\frac{\{(\text{편차})^2 \text{의 총합}\}}{(\text{변량의 개수})}}$ 이므로 (편차)²의 값이 작을수록

표준편차도 작아진다.

이때 5개의 컵에 들어 있는 우유의 양의 편차가 각각 70 mL, -30 mL, 20 mL, -70 mL, 10 mL이므로 우유의 양의 표준편차를 가능한 한 작게 하려면 편차가 가장 작은 컵 D와 편차가 가장 큰 컵 A를 골라야 한다. **답** 컵 A와 컵 D

시험 만점 완성하기

◎ 본책 112~115쪽

533 [전략] 평균을 구한 후 (편차) = (변량) - (평균)임을 이용한다.

$$(\text{평균}) = \frac{7 + 6 + 9 + 8 + 5 + 11 + 10}{7} = \frac{56}{7} = 8 \text{ (시간)}$$

각 변량에 대한 편차를 차례대로 구하면

-1시간, -2시간, 1시간, 0시간, -3시간, 3시간, 2시간

따라서 편차가 될 수 없는 것은 ⑤이다. **답** ⑤

534 [전략] (편차) = (변량) - (평균)임을 이용한다.

ㄱ. B의 역사 성적의 편차를 x 점이라 하면 편차의 총합은 0이므로

$$(-1) + x + 1 + 0 + (-2) = 0 \quad \therefore x = 2$$

이때 B의 편차가 가장 크므로 역사 성적이 가장 높은 학생은 B이다.

ㄴ. C와 E의 역사 성적의 차는

$$1 - (-2) = 3 \text{ (점)}$$

ㄷ. D의 역사 성적의 편차가 0점이므로 D의 역사 성적은 5명의 역사 성적의 평균과 같다.

ㄹ. A의 역사 성적은

$$83 + (-1) = 82 \text{ (점)}$$

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. **답** ②

535 [전략] 먼저 편차의 총합은 0임을 이용하여 x 의 값을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$$(-1) + 2 + (-4) + 0 + x = 0 \quad \therefore x = 3$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-1)^2 + 2^2 + (-4)^2 + 0^2 + 3^2}{5} = \frac{30}{5} = 6$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{6} \text{ (시간)}$$

답 ③

536 [전략] 평균을 a 에 대한 식으로 나타낸 후 분산을 구한다.

$$(\text{평균}) = \frac{(a+3) + (a-1) + (a+2) + (a-4)}{4} = \frac{4a}{4} = a$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{3^2 + (-1)^2 + 2^2 + (-4)^2}{4}$$

$$= \frac{30}{4} = 7.5$$

답 ④

537 [전략] 축구팀의 수와 15번의 경기에서 받은 점수의 총점을 이용하여 x, y 에 대한 식을 세운다.

축구팀의 수는 6개이므로

$$1 + x + y + 1 = 6 \quad \therefore x + y = 4 \quad \dots\dots \text{㉠}$$

6개의 축구팀이 15번의 경기에서 받은 점수의 총합은

$$15 \times 4 = 60 \text{ (점)이므로}$$

$$4 \times 1 + 8 \times x + 12 \times y + 16 \times 1 = 60$$

$$\therefore 2x + 3y = 10 \quad \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 2, y = 2$

한편 6개의 축구팀이 받은 점수의 평균은

$$\frac{60}{6} = 10 \text{ (점)}$$

6개의 축구팀이 받은 점수의 편차를 구하면 다음 표와 같다.

점수(점)	축구팀의 수(개)	편차(점)
4	1	-6
8	2	-2
12	2	2
16	1	6
합계	6	0

따라서 6개의 축구팀이 받은 점수의 분산은

$$\frac{(-6)^2 \times 1 + (-2)^2 \times 2 + 2^2 \times 2 + 6^2 \times 1}{6} = \frac{88}{6} = \frac{44}{3}$$

$$\text{즉 } a = \frac{44}{3} \text{이므로 } 3a = 44$$

답 ②

538 [전략] 최빈값이 8임을 이용하여 네 자연수 중 8이 3개, 2개인 경우로 나누어 생각해 본다.

(i) 네 자연수가 $a, 8, 8, 8$ 인 경우

평균이 7이므로

$$\frac{a + 8 + 8 + 8}{4} = 7$$

$$a + 24 = 28 \quad \therefore a = 4$$

그런데

$$(\text{분산}) = \frac{(-3)^2 + 1^2 + 1^2 + 1^2}{4} = \frac{12}{4} = 3$$

이므로 주어진 조건에 맞지 않는다.

(ii) 네 자연수가 $a, b, 8, 8$ ($a < b$)인 경우

평균이 7이므로

$$\frac{a+b+8+8}{4} = 7$$

$$a+b+16=28 \quad \therefore b=12-a \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 1.5이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (12-a-7)^2 + 1^2 + 1^2}{4} = 1.5$$

$$2a^2 - 24a + 76 = 6, \quad a^2 - 12a + 35 = 0$$

$$(a-5)(a-7) = 0 \quad \therefore a=5 \text{ 또는 } a=7$$

그런데 $a < b$ 이므로

$$a=5, b=7 (\because \textcircled{1})$$

(i), (ii)에서 네 자연수는 5, 7, 8, 8이므로 가장 작은 수는 5이다.

답 ④

539 **전략** 편차와 분산을 이용하여 $x+y$, x^2+y^2 의 값을 구한다.

편차의 총합은 0이므로

$$(-3) + x + (-1) + 0 + y = 0$$

$$\therefore x+y=4 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

분산이 4이므로

$$\frac{(-3)^2 + x^2 + (-1)^2 + 0^2 + y^2}{5} = 4$$

$$x^2 + y^2 + 10 = 20$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$ 에 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 대입하면

$$4^2 = 10 + 2xy, \quad 2xy = 6$$

$$\therefore xy = 3 \quad \dots\dots \textcircled{3}$$

540 **전략** 세 원의 반지름의 길이를 a cm, b cm, c cm라 하고, a, b, c 에 대한 식을 세운다.

세 원의 반지름의 길이를 a cm, b cm, c cm라 하면 세 원의 반지름의 길이의 합이 36 cm이므로

$$a+b+c=36 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

세 원의 넓이의 합이 504π cm²이므로

$$\pi a^2 + \pi b^2 + \pi c^2 = 504\pi$$

$$\pi(a^2 + b^2 + c^2) = 504\pi$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 504 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

세 원의 반지름의 길이에 대하여

$$(\text{평균}) = \frac{a+b+c}{3} = \frac{36}{3} = 12 \text{ (cm)} (\because \textcircled{1})$$

$$\therefore (\text{분산}) = \frac{(a-12)^2 + (b-12)^2 + (c-12)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 24(a+b+c) + 432}{3}$$

$$= \frac{504 - 24 \times 36 + 432}{3} = 24 (\because \textcircled{1}, \textcircled{2}) \quad \text{답 ③}$$

541 **전략** a, b, c 의 평균과 분산을 각각 m, s^2 이라 하고 식으로 나타낸다.

a, b, c 의 평균을 m , 분산을 s^2 이라 하면

$$m = \frac{a+b+c}{3}$$

$$s^2 = \frac{(a-m)^2 + (b-m)^2 + (c-m)^2}{3}$$

ㄱ. $a-2, b-2, c-2$ 의 평균은

$$\frac{(a-2) + (b-2) + (c-2)}{3} = \frac{a+b+c}{3} - 2 = m - 2$$

이므로 a, b, c 의 평균보다 2만큼 작다.

ㄴ. $a-2, b-2, c-2$ 의 분산은

$$\frac{(a-2-m+2)^2 + (b-2-m+2)^2 + (c-2-m+2)^2}{3} = \frac{(a-m)^2 + (b-m)^2 + (c-m)^2}{3} = s^2$$

이므로 a, b, c 의 분산과 같다.

ㄷ. $3a, 3b, 3c$ 의 평균은

$$\frac{3a+3b+3c}{3} = 3 \times \frac{a+b+c}{3} = 3m$$

따라서 $3a, 3b, 3c$ 의 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{(3a-3m)^2 + (3b-3m)^2 + (3c-3m)^2}{3} \\ &= 9 \times \frac{(a-m)^2 + (b-m)^2 + (c-m)^2}{3} \\ &= 9s^2 \end{aligned}$$

즉 $3a, 3b, 3c$ 의 분산은 a, b, c 의 분산의 9배이다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ③

542 **전략** 전체 학생의 미술 실기 성적의 (편차)²의 총합을 구한다.

남학생과 여학생의 평균이 같고 분산이 각각 2, 7이므로 전체 학생의 (편차)²의 총합은

$$6 \times 2 + 4 \times 7 = 40$$

$$\text{따라서 (분산)} = \frac{40}{10} = 4 \text{이므로}$$

$$(\text{표준편차}) = \sqrt{4} = 2 \text{ (점)}$$

답 ②

543 **전략** 평균을 이용하여 a, b 의 값을 구한다.

ㄱ. 태하가 읽은 책의 쪽수의 평균이 20쪽이므로

$$\frac{25+18+21+a+19}{5} = 20$$

$$83+a=100 \quad \therefore a=17$$

주아가 읽은 책의 쪽수의 평균이 20쪽이므로

$$\frac{19+17+b+24+18}{5} = 20$$

$$78+b=100 \quad \therefore b=22$$

ㄴ. 태하가 읽은 책의 쪽수의 분산은

$$\frac{5^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-3)^2 + (-1)^2}{5} = \frac{40}{5} = 8$$

주아가 읽은 책의 쪽수의 분산은

$$\frac{(-1)^2 + (-3)^2 + 2^2 + 4^2 + (-2)^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$$

따라서 태하와 주아가 읽은 책의 쪽수의 분산은 같지 않다.

ㄷ. 태하가 읽은 책의 쪽수의 분산이 주아가 읽은 책의 쪽수의 분산보다 크므로 기복이 심하다.

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ④

544 전략 주어진 그래프에서 변량이 평균을 중심으로 가까이 모여 있는지, 평균을 중심으로 넓게 흩어져 있는지 살펴본다.

① 세 가지 항목에 대한 적합도 평가 점수의 평균이 3점으로 모두 같으므로 적합도 평가 점수의 총점은 모두 같다.

② 적합도 평가 점수가 평균을 중심으로 가장 가까이 모여 있는 항목은 반응 속도이므로 점수가 가장 고른 항목은 반응 속도이다.

③ 적합도 평가 점수가 평균을 중심으로 가장 넓게 흩어져 있는 항목은 색상이므로 점수의 기복이 가장 심한 항목은 색상이다.

④ 자료의 변량이 모두 같은 경우에만 표준편차가 0이므로 가격의 적합도 평가 점수의 표준편차는 0점이 아니다.

⑤ 변량의 개수가 모두 같으므로 편차의 제곱의 총합이 가장 작으면 표준편차가 가장 작다.

즉 평가 점수가 가장 고른 항목이므로 반응 속도이다.

따라서 옳은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

545 전략 먼저 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ 의 평균을 구한다.

$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20} = 20$ 이므로

$$(\text{평균}) = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{20}}{20} = \frac{20}{20} = 1$$

$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_{20}^2 = 520$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{분산}) &= \frac{(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + \dots + (x_{20} - 1)^2}{20} \\ &= \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{20}^2 - 2(x_1 + x_2 + \dots + x_{20}) + 20}{20} \\ &= \frac{520 - 2 \times 20 + 20}{20} = \frac{500}{20} = 25 \end{aligned}$$

$\therefore$ (표준편차) $= \sqrt{25} = 5$

답 5

546 전략 나머지 2명의 몸무게를 x kg, y kg이라 하고 평균을 이용하여 식을 세운다.

나머지 2명의 몸무게를 x kg, y kg이라 하면 승준이를 포함한 유도부 선수 4명의 몸무게의 평균이 78 kg이므로

$$\frac{80 + 80 + x + y}{4} = 78$$

$$160 + x + y = 312 \quad \therefore x + y = 152$$

(i) 승준이의 몸무게가 80 kg인 경우

상훈이를 포함한 유도부 선수 4명의 몸무게는 80 kg, x kg, y kg, 73 kg이고, 평균이 77 kg이므로

$$\frac{80 + x + y + 73}{4} = 77, \quad 153 + x + y = 308$$

$$\therefore x + y = 155 \neq 152$$

(ii) 승준이의 몸무게가 x kg인 경우

상훈이를 포함한 유도부 선수 4명의 몸무게는 80 kg, 80 kg, y kg, 73 kg이고, 평균이 77 kg이므로

$$\frac{80 + 80 + y + 73}{4} = 77$$

$$233 + y = 308$$

$$\therefore y = 75$$

(i), (ii)에서 상훈이를 포함한 유도부 선수 4명의 몸무게는

80 kg, 80 kg, 75 kg, 73 kg이므로

$$(\text{분산}) = \frac{3^2 + 3^2 + (-2)^2 + (-4)^2}{4} = \frac{38}{4} = \frac{19}{2}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{\frac{19}{2}} = \frac{\sqrt{38}}{2} \text{ (kg)} \quad \text{답 } \frac{\sqrt{38}}{2} \text{ kg}$$

만점 공략 노트

승준이의 몸무게를 알지 못하므로 승준이가 전학을 가고 상훈이가 새로 들어온 후 유도부 선수 4명의 몸무게의 평균은 승준이의 몸무게가 80 kg인 경우와 아닌 경우로 경우를 나누어서 생각해야 한다.

547 전략 평균과 표준편차를 이용하여 $a + b + c$, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값을 구한다.

평균이 4이므로

$$\frac{a + b + c}{3} = 4$$

$$\therefore a + b + c = 12 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

표준편차가 3, 즉 분산이 9이므로

$$\frac{(a - 4)^2 + (b - 4)^2 + (c - 4)^2}{3} = 9$$

$$(a - 4)^2 + (b - 4)^2 + (c - 4)^2 = 27$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 8(a + b + c) + 48 = 27$$

이 식에 ①을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 8 \times 12 + 48 = 27$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 75 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\therefore f(2) = (a - 2)^2 + (b - 2)^2 + (c - 2)^2$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 - 4(a + b + c) + 12$$

$$= 75 - 4 \times 12 + 12 = 39 \quad (\because \textcircled{1}, \textcircled{2}) \quad \text{답 } 39$$

548 전략 추가한 2개의 변량을 a , b 라 하고 평균과 분산을 이용하여 $a + b$, $a^2 + b^2$ 의 값을 구한다.

추가한 2개의 변량을 a , b 라 하면 10, 12, 14, a , b 의 평균이 11이므로

$$\frac{10 + 12 + 14 + a + b}{5} = 11$$

$$36 + a + b = 55$$

$$\therefore a + b = 19 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

10, 12, 14, a , b 의 표준편차가 2, 즉 분산이 4이므로

$$\frac{(-1)^2 + 1^2 + 3^2 + (a - 11)^2 + (b - 11)^2}{5} = 4$$

$$11 + (a - 11)^2 + (b - 11)^2 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 22(a + b) + 253 = 20$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2 + b^2 - 22 \times 19 + 253 = 20$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 185 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

이때 $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$19^2 = 185 + 2ab, \quad 2ab = 176$$

$$\therefore ab = 88$$

따라서 추가한 2개의 변량의 곱은 88이다. 답 88

549 전략 맞힌 문제 수와 참가자가 얻은 점수 사이의 관계식을 세운다.

5명의 참가자 A, B, C, D, E가 맞힌 문제 수를 각각 a 개, b 개, c 개, d 개, e 개라 하자.

맞힌 문제 수의 평균이 12개이므로

$$\frac{a+b+c+d+e}{5} = 12$$

$$\therefore a+b+c+d+e = 60 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

맞힌 문제 수의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-12)^2 + (b-12)^2 + (c-12)^2 + (d-12)^2 + (e-12)^2}{5} = 3$$

$$\therefore (a-12)^2 + (b-12)^2 + (c-12)^2 + (d-12)^2 + (e-12)^2 = 15 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

한편 총 20문제이므로 한 참가자가 맞힌 문제 수를 x 개라 하면 틀린 문제 수는 $(20-x)$ 개이다.

$$\therefore (\text{한 참가자가 얻은 점수}) = 3x - 2(20-x)$$

$$= 5x - 40 \quad (\text{점})$$

즉 5명의 참가자 A, B, C, D, E가 얻은 점수는 각각 $(5a-40)$ 점, $(5b-40)$ 점, $(5c-40)$ 점, $(5d-40)$ 점, $(5e-40)$ 점이므로

$$(\text{평균}) = \frac{1}{5} \{ (5a-40) + (5b-40) + (5c-40) + (5d-40) + (5e-40) \}$$

$$= \frac{5}{5} \{ (a-8) + (b-8) + (c-8) + (d-8) + (e-8) \}$$

$$= a+b+c+d+e-40$$

$$= 60-40=20 \quad (\text{점}) \quad (\because \textcircled{1})$$

(분산)

$$= \frac{1}{5} \{ (5a-40-20)^2 + (5b-40-20)^2 + (5c-40-20)^2 + (5d-40-20)^2 + (5e-40-20)^2 \}$$

$$= \frac{25}{5} \{ (a-12)^2 + (b-12)^2 + (c-12)^2 + (d-12)^2 + (e-12)^2 \}$$

$$= 5 \times 15 = 75 \quad (\because \textcircled{2})$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{75} = 5\sqrt{3} \quad (\text{점})$$

답 평균: 20점, 표준편차: $5\sqrt{3}$ 점

다른 풀이 5명의 참가자 A, B, C, D, E가 맞힌 문제 수를 각각 a 개, b 개, c 개, d 개, e 개라 하면 각 참가자가 얻은 점수는 각각 $(5a-40)$ 점, $(5b-40)$ 점, $(5c-40)$ 점, $(5d-40)$ 점, $(5e-40)$ 점이므로 5명의 참가자가 얻은 점수에 대하여

$$(\text{평균}) = 5 \times 12 - 40 = 20 \quad (\text{점})$$

$$(\text{표준편차}) = |5| \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3} \quad (\text{점})$$

550 전략 주어진 조건을 이용하여 a, b, c 와 d, e, f 에 대한 식을 세운다.

a, b, c 의 평균이 0이고 분산이 1이므로

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = 1 \quad \therefore a^2 + b^2 + c^2 = 3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

d, e, f 의 평균이 0이고 분산이 2이므로

$$\frac{d^2 + e^2 + f^2}{3} = 2 \quad \therefore d^2 + e^2 + f^2 = 6 \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

이때 a, b, c, d, e, f 의 평균도 0이므로 분산은

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2}{6} = \frac{3+6}{6} = 1.5 \quad (\because \textcircled{1}, \textcircled{2})$$

답 1.5

551 전략 두 자료 A, B의 분산을 각각 a, b 에 대한 식으로 나타낸 후 자료 B의 분산이 자료 A의 분산의 2배임을 이용한다.

자료 A의 평균과 분산을 각각 m_1, s_1 이라 하면

$$m_1 = \frac{a \times 4 + 2a \times 2 + 3a \times 4}{10} = \frac{20a}{10} = 2a$$

$$s_1 = \frac{(a-2a)^2 \times 4 + (2a-2a)^2 \times 2 + (3a-2a)^2 \times 4}{10}$$

$$= \frac{4}{5}a^2 \quad \dots \quad \text{1단계}$$

자료 B의 평균과 분산을 각각 m_2, s_2 라 하면

$$m_2 = \frac{2b \times 1 + 4b \times 3 + 6b \times 1}{5} = \frac{20b}{5} = 4b$$

$$s_2 = \frac{(2b-4b)^2 \times 1 + (4b-4b)^2 \times 3 + (6b-4b)^2 \times 1}{5}$$

$$= \frac{8}{5}b^2 \quad \dots \quad \text{2단계}$$

자료 B의 분산이 자료 A의 분산의 2배이므로

$$\frac{4}{5}a^2 \times 2 = \frac{8}{5}b^2, \quad a^2 = b^2$$

$$\therefore a = b \quad (\because a, b \text{는 자연수})$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 1 \quad \dots \quad \text{3단계}$$

답 1

단계	채점 요소	배점
1	자료 A의 분산을 a 에 대한 식으로 나타내기	2점
2	자료 B의 분산을 b 에 대한 식으로 나타내기	2점
3	$\frac{a}{b}$ 의 값 구하기	1점

552 전략 4회, 5회에 받은 점수를 각각 a 점, b 점이라 하고 주어진 조건을 이용하여 a, b 에 대한 식을 세운다.

찬빈이가 4회, 5회에 받은 점수를 각각 a 점, b 점이라 하면 찬빈이의 체육 실기 평가 점수의 평균이 7점이므로

$$\frac{8+6+5+a+b}{5} = 7$$

$$19+a+b=35$$

$$\therefore b=16-a \quad \dots\dots \textcircled{1} \quad \dots \quad \text{1단계}$$

즉 4회, 5회의 점수는 각각 a 점, $(16-a)$ 점이고 분산이 2이므로

$$\frac{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + (a-7)^2 + (16-a-7)^2}{5} = 2$$

$$6 + (a-7)^2 + (9-a)^2 = 10$$

$$2a^2 - 32a + 136 = 10$$

$$a^2 - 16a + 63 = 0$$

$$(a-7)(a-9) = 0$$

$$\therefore a=7 \text{ 또는 } a=9 \quad \dots \text{ (2단계)}$$

따라서 $a=7$, $b=9$ 또는 $a=9$, $b=7$ ($\because$ ㉠)이므로 4회와 5회에 받은 점수로 가능한 것은 7점, 9점 또는 9점, 7점이다. $\dots$ (3단계)

답 7점, 9점 또는 9점, 7점

단계	채점 요소	배점
1	4회, 5회에 받은 점수를 각각 a 점, b 점이라 하고 평균을 이용하여 a , b 에 대한 식 세우기	2점
2	분산을 이용하여 a 의 값 구하기	3점
3	모든 a , b 의 값 구하기	1점

553 전략 평균과 분산을 이용하여 식을 세운다.

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 의 평균이 m 이므로

$$\frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = m$$

$$\therefore x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 6m \quad \dots \text{ (㉠)}$$

$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 의 표준편차가 s 이므로

$$\begin{aligned} \frac{1}{6} \{ & (x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + (x_3 - m)^2 + (x_4 - m)^2 \\ & + (x_5 - m)^2 + (x_6 - m)^2 \} \\ = & s^2 \\ \therefore & (x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + (x_3 - m)^2 + (x_4 - m)^2 \\ & + (x_5 - m)^2 + (x_6 - m)^2 \\ = & 6s^2 \quad \dots \text{ (㉡)} \quad \dots \text{ (1단계)} \end{aligned}$$

따라서 $\frac{x_1 - m}{s}, \frac{x_2 - m}{s}, \frac{x_3 - m}{s}, \frac{x_4 - m}{s}, \frac{x_5 - m}{s}, \frac{x_6 - m}{s}$,

$\frac{x_6 - m}{s}$ 에 대하여

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{1}{6} \left(\frac{x_1 - m}{s} + \frac{x_2 - m}{s} + \frac{x_3 - m}{s} + \frac{x_4 - m}{s} \right. \\ & \quad \left. + \frac{x_5 - m}{s} + \frac{x_6 - m}{s} \right) \\ &= \frac{(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6) - 6m}{6s} \\ &= \frac{6m - 6m}{6s} \quad (\because \text{㉠}) \\ &= 0 \quad \dots \text{ (2단계)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{분산}) &= \frac{1}{6} \left\{ \left(\frac{x_1 - m}{s} \right)^2 + \left(\frac{x_2 - m}{s} \right)^2 + \left(\frac{x_3 - m}{s} \right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(\frac{x_4 - m}{s} \right)^2 + \left(\frac{x_5 - m}{s} \right)^2 + \left(\frac{x_6 - m}{s} \right)^2 \right\} \\ &= \frac{1}{6s^2} \{ (x_1 - m)^2 + (x_2 - m)^2 + (x_3 - m)^2 \\ & \quad + (x_4 - m)^2 + (x_5 - m)^2 + (x_6 - m)^2 \} \\ &= \frac{1}{6s^2} \times 6s^2 \quad (\because \text{㉡}) \\ &= 1 \end{aligned}$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = 1 \quad \dots \text{ (3단계)}$$

답 평균: 0, 표준편차: 1

단계	채점 요소	배점
1	$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ 의 평균과 표준편차를 이용하여 식 세우기	2점
2	$\frac{x_1 - m}{s}, \frac{x_2 - m}{s}, \frac{x_3 - m}{s}, \frac{x_4 - m}{s}, \frac{x_5 - m}{s}, \frac{x_6 - m}{s}$ 의 평균 구하기	2점
3	$\frac{x_1 - m}{s}, \frac{x_2 - m}{s}, \frac{x_3 - m}{s}, \frac{x_4 - m}{s}, \frac{x_5 - m}{s}, \frac{x_6 - m}{s}$ 의 표준편차 구하기	2점

554 전략 세 회사의 수익률의 분산을 구한다.

$$\begin{aligned} (\text{A 회사의 수익률의 평균}) &= \frac{18 + 22 + 20 + 17 + 21 + 22}{6} \\ &= \frac{120}{6} = 20 (\%) \end{aligned}$$

$\therefore$ (A 회사의 수익률의 분산)

$$= \frac{(-2)^2 + 2^2 + 0^2 + (-3)^2 + 1^2 + 2^2}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

$$\begin{aligned} (\text{B 회사의 수익률의 평균}) &= \frac{23 + 19 + 18 + 21 + 19 + 20}{6} \\ &= \frac{120}{6} = 20 (\%) \end{aligned}$$

$\therefore$ (B 회사의 수익률의 분산)

$$= \frac{3^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + 1^2 + (-1)^2 + 0^2}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

$$\begin{aligned} (\text{C 회사의 수익률의 평균}) &= \frac{15 + 21 + 24 + 23 + 18 + 19}{6} \\ &= \frac{120}{6} = 20 (\%) \end{aligned}$$

$\therefore$ (C 회사의 수익률의 분산)

$$\begin{aligned} &= \frac{(-5)^2 + 1^2 + 4^2 + 3^2 + (-2)^2 + (-1)^2}{6} \\ &= \frac{56}{6} = \frac{28}{3} \quad \dots \text{ (1단계)} \end{aligned}$$

B 회사의 수익률의 분산이 가장 작으므로 수익률이 가장 안정적인 회사는 B 회사이다.

따라서 B 회사에 투자하는 것이 가장 적절하다. $\dots$ (2단계)

답 B 회사

단계	채점 요소	배점
1	세 회사 A, B, C의 수익률의 분산 구하기	3점
2	투자하는 것이 가장 적절한 회사 구하기	1점

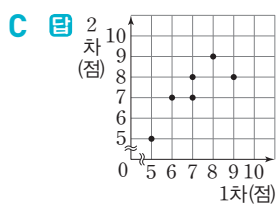
07 상자그림과 산점도

III. 통계

셀프 CHECK

본책 116~117쪽

- A** (1) 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
4, 6, 7, 9, 10, 12
따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\frac{7+9}{2}=8$ 이다.
4, 6, 7의 중앙값은 6이므로 제1사분위수는 6이고, 9, 10, 12의 중앙값은 10이므로 제3사분위수는 10이다.
- (2) 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
11, 12, 15, 17, 18, 21, 25
따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 17이다.
11, 12, 15의 중앙값은 12이므로 제1사분위수는 12이고, 18, 21, 25의 중앙값은 21이므로 제3사분위수는 21이다.
- (3) 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
8, 9, 13, 14, 16, 19, 21, 23
따라서 이 자료의 중앙값, 즉 제2사분위수는 $\frac{14+16}{2}=15$ 이다.
8, 9, 13, 14의 중앙값은 $\frac{9+13}{2}=11$ 이므로 제1사분위수는 11이고, 16, 19, 21, 23의 중앙값은 $\frac{19+21}{2}=20$ 이므로 제3사분위수는 20이다.
- 답** (1) 제1사분위수: 6, 제2사분위수: 8, 제3사분위수: 10
(2) 제1사분위수: 12, 제2사분위수: 17, 제3사분위수: 21
(3) 제1사분위수: 11, 제2사분위수: 15, 제3사분위수: 20



- D** **답** (1) 양 (2) $\times$ (3) 음 (4) 양

나신 유형 다지기

본책 118~127쪽

유형 090 사분위수

본책 118쪽

- (1) 사분위수: 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 자료를 4등분하는 위치에 있는 세 값
(2) (사분위수 범위) = (제3사분위수) - (제1사분위수)

555 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

75, 76, 78, 79, 80, 81, 82, 82, 84

③ 75, 76, 78, 79의 중앙값은

$$\frac{76+78}{2}=77 \text{ (회)}$$

이므로 제1사분위수는 77회이다.

④ 81, 82, 82, 84의 중앙값은

$$\frac{82+82}{2}=82 \text{ (회)}$$

이므로 제3사분위수는 82회이다.

⑤ 사분위수 범위는 $82-77=5$ (회)

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

답 ③, ⑤

556 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 4, 5, 5, 9, 10, 12, 14, 14,

16, 17, 17, 17, 17, 19, 19, 24, 25, 25

이 자료의 중앙값은 $\frac{14+16}{2}=15$ (회)이다.

3, 4, 4, 5, 5, 9, 10, 12, 14, 14의 중앙값은

$$\frac{5+9}{2}=7 \text{ (회)}$$

이므로 제1사분위수는 7회이다.

16, 17, 17, 17, 17, 19, 19, 24, 25, 25의 중앙값은

$$\frac{17+19}{2}=18 \text{ (회)}$$

이므로 제3사분위수는 18회이다.

따라서 $a=7$, $b=15$, $c=18$ 이므로

$$a+b-c=7+15-18=4$$

답 4

557 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 9

이때 5, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 6의 중앙값은

$$\frac{6+6}{2}=6 \text{ (시간)}$$

이므로 제1사분위수는 6시간이다.

또 7, 7, 7, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 9의 중앙값은

$$\frac{8+8}{2}=8 \text{ (시간)}$$

이므로 제3사분위수는 8시간이다.

따라서 제1사분위수와 제3사분위수의 차는

$$8-6=2 \text{ (시간)}$$

답 2시간

유형 091 사분위수가 주어질 때 변량 구하기

본책 118쪽

주어진 사분위수를 이용하여 식을 세운 후 변량을 구한다.

558 제1사분위수가 11이므로

$$\frac{a+12}{2}=11 \quad \therefore a=10$$

제3사분위수가 17이므로

$$\frac{b+19}{2}=17 \quad \therefore b=15$$

$$\therefore a+b=10+15=25$$

답 ①

559 중앙값이 8이므로

$$3x-1=8 \quad \therefore x=3$$

4, 5, $x+2$, 7, 즉 4, 5, 5, 7의 중앙값은

$$\frac{5+5}{2}=5$$

이므로 제1사분위수는 5이다.

10, 11, $4x+1$, 14, 즉 10, 11, 13, 14의 중앙값은

$$\frac{11+13}{2}=12$$

이므로 제3사분위수는 12이다.

따라서 제1사분위수와 제3사분위수의 합은

$$5+12=17$$

답 ②

560 읽은 책의 수가 30권 초과인 회원은 31권, 34권, 39권, 43권, 32권, 36권, 34권을 읽은 7명이므로 전체의

$$\frac{7}{14} \times 100 = 50 (\%)$$

$$\therefore a \leq 30$$

... ①단계

a 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

13, 19, 21, 26, 28, 29, 31, 32, 34, 34, 36, 39, 43

이때 제3사분위수는 31, 32, 34, 34, 36, 39, 43의 중앙값인 34권이고, 사분위수 범위가 9권이므로 제1사분위수는

$$34-9=25 (\text{권})$$

... ②단계

그런데 제1사분위수는 13, 19, 21, 26, 28, 29, a 의 중앙값이므로 $a=25$ 이어야 한다.

... ③단계

답 25

단계	채점 요소	비율
1	a 의 값의 범위 구하기	20 %
2	제1사분위수 구하기	40 %
3	a 의 값 구하기	40 %

561 평균이 6이므로

$$\frac{11+6+3+12+2+8+10+1+a+b}{10}=6$$

$$53+a+b=60 \quad \therefore a+b=7$$

이때 a, b 는 자연수이고 $a < b$ 이므로 a, b 의 순서쌍 (a, b)는 (1, 6), (2, 5), (3, 4) ㉠

a, b 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 6, 8, 10, 11, 12

전체 변량이 10개일 때, 제1사분위수는 3번째 변량이므로 제1사분위수가 3이려면 $a \geq 3$ 이어야 한다.

따라서 ㉠에서 $a=3, b=4$

$$\therefore ab=3 \times 4=12$$

답 12

유형 092 상자그림으로 나타내기

본책 119쪽

상자그림은 다음과 같은 방법으로 나타낸다.

- ① 최솟값과 최댓값을 포함하는 축을 그린다.
- ② 제1사분위수와 제3사분위수를 양 끝으로 하는 직사각형 모양의 상자를 그리고, 중앙값 위치에 세로선을 그린다.
- ③ 최솟값과 최댓값의 위치에 세로선을 각각 그리고 직사각형과 가로선으로 연결한다.

562 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

30, 30, 30, 35, 40, 40, 45, 50, 50, 50,

60, 60, 65, 70, 75, 75, 80, 85, 90, 95

이때 최솟값은 30분, 최댓값은 95분, 중앙값은

$$\frac{50+60}{2}=55 (\text{분}), \text{ 제1사분위수는 } \frac{40+40}{2}=40 (\text{분}),$$

$$\text{제3사분위수는 } \frac{75+75}{2}=75 (\text{분}) \text{이다.}$$

따라서 주어진 자료를 상자그림으로 나타내면 ③과 같다.

답 ③

563 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

8, 10, 10, 12, 13, 14, 14, 15, 15, 17, 18, 20

이때 최솟값은 8, 최댓값은 20, 중앙값은 $\frac{14+14}{2}=14$,

$$\text{제1사분위수는 } \frac{10+12}{2}=11, \text{ 제3사분위수는 } \frac{15+17}{2}=16 \text{이다.}$$

따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

답 ②

564 주어진 상자그림에서 최솟값은 0, 최댓값은 45, 제1사분위수는 15, 중앙값은 25, 제3사분위수는 40이다.

$$\textcircled{3} \text{ 최솟값은 0, 최댓값은 45, 중앙값은 } \frac{25+25}{2}=25,$$

제1사분위수는 15, 제3사분위수는 40이다.

따라서 주어진 상자그림이 나타내는 자료로 알맞은 것은 ③이다.

답 ③

565 a 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

25, 26, 26, 27, 27, 28, 28, 30,

30, 30, 30, 31, 33, 35, 35, 36

이때 최댓값이 37이므로 $a=37$

최솟값은 25이므로 $b=25$

... ①단계

중앙값은 30이므로 $c=30$

$$\text{제3사분위수는 } \frac{33+35}{2}=34 \text{이므로 } d=34$$

... ②단계

$$\therefore a+b+c-d=37+25+30-34=58$$

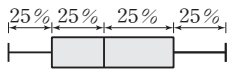
... ③단계

답 58

단계	채점 요소	비율
1	a, b 의 값 구하기	40 %
2	c, d 의 값 구하기	50 %
3	$a+b+c-d$ 의 값 구하기	10 %

유형 093 상자그림의 이해

본책 120쪽

- (1) 상자그림의 4개의 구간에는 각각 전체 자료의 약 25%가 있다. 
- (2) 상자그림을 통해 자료 전체의 중심을 파악할 수 있고 중앙값을 기준으로 변량이 흩어져 있는 정도를 알 수 있다.
→ 구간의 길이가 짧을수록 변량이 밀집되어 있고, 구간의 길이가 길수록 변량이 넓게 흩어져 있다.

566 ② 제1사분위수는 10분, 제3사분위수는 18분이므로 사분위수 범위는

$$18 - 10 = 8 \text{ (분)}$$

⑤ 출발 지연 시간이 12분 이상 18분 이하인 비행기의 수와 출발 지연 시간이 10분 이상 12분 이하인 비행기의 수는 각각 전체의 약 25%이므로 출발 지연 시간이 12분 이상 18분 이하인 비행기의 수는 출발 지연 시간이 10분 이상 12분 이하인 비행기의 수의 3배가 아니다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

답 ⑤

567 제3사분위수가 9점이므로 만족도 평가 점수가 상위 25% 이내에 들려면 최소 9점이어야 한다.

답 9점

568 ㄱ. 중앙값은 21분이지만 평균은 알 수 없다.

ㄴ. 최댓값은 40분이지만 학생 수는 알 수 없다.

ㄷ. 제1사분위수가 10분이므로 통학 시간이 10분 이상인 학생은 전체의 약 75%이다.

ㄹ. ㉠~㉣ 중 변량이 가장 밀집되어 있는 구간은 길이가 가장 짧은 ㉠이다.

이상에서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ이다.

답 ⑤

569 (가) 최댓값이 30회이므로 줄넘기 2단 뛰기를 가장 많이 한 학생의 줄넘기 2단 뛰기 횟수는 30회이다.

$$\therefore a = 30$$

... 1단계

(나) 제1사분위수는 13회이고 제3사분위수는 22회이므로 줄넘기 2단 뛰기 횟수가 13회 이상 22회 이하인 학생은 전체의 약 50%이다.

$$\therefore b = 50$$

... 2단계

(다) 중앙값이 15회이므로 줄넘기 2단 뛰기 횟수가 15회 이상인 학생은 전체의 약 50%이다.

$$\therefore c = 15$$

... 3단계

$$\therefore a + b + c = 30 + 50 + 15 = 95$$

... 4단계

답 95

단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	30%
2	b의 값 구하기	30%
3	c의 값 구하기	30%
4	a+b+c의 값 구하기	10%

570 서우: 최댓값이 215 cm이므로 키가 가장 큰 선수의 키는 215 cm이다.

민아: 최댓값과 최솟값의 차가 $215 - 180 = 35$ (cm)이므로 키가 가장 작은 선수는 키가 가장 큰 선수보다 35 cm만큼 작다.

연준: 중앙값이 190 cm이므로 키가 190 cm 이하인 선수는 전체의 약 $\frac{1}{2}$ 이다.

이수: 제3사분위수가 200 cm이므로 키가 200 cm 이상인 선수는 전체의 약 25%이다.

$$\text{즉 키가 200 cm 이상인 선수는 최소 } 24 \times \frac{25}{100} = 6 \text{ (명)}$$

이다.

따라서 잘못 말한 사람은 서우, 연준이다.

답 서우, 연준

만점 공략 노트

200 cm는 제3사분위수이므로 24개의 변량을 크기순으로 나열하였을 때, 18번째 변량과 19번째 변량의 평균이다. 이때 19번째~24번째 변량은 200 cm 이상이고 13번째~18번째 변량은 200 cm 이하이다.

그런데 13번째~18번째 변량에도 200 cm가 있을 수 있으므로 키가 200 cm 이상인 선수는 6명 이상이 될 수도 있다.

유형 094 상자그림을 이용한 두 자료의 비교

본책 121쪽

두 자료를 상자그림으로 함께 나타내면 분포를 한눈에 파악하고 비교할 수 있다.

571 ① 과학 성적의 최솟값은 55점이므로 과학 성적이 가장 낮은 학생의 과학 성적은 55점이다.

② 수학 성적의 최댓값은 85점이므로 수학 성적이 85점보다 높은 학생은 없다.

③ 과학 성적의 중앙값은 80점이고 수학 성적의 중앙값은 70점이므로 과학 성적의 중앙값이 수학 성적의 중앙값보다 크다.

④ 과학 성적이 높은 학생이 수학 성적도 높은지는 알 수 없다.

⑤ 과학 성적의 중앙값이 수학 성적의 중앙값보다 크고, 과학 성적의 상자가 수학 성적의 상자보다 오른쪽에 있으므로 은기 네 반 학생들은 과학 성적이 수학 성적보다 대체로 높다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

572 A 기종의 노트북의 중앙값은 19시간이고, B 기종의 노트북의 중앙값은 17시간으로 A 기종의 노트북의 중앙값이 B 기종의 노트북의 중앙값보다 크다.

또 A 기종의 노트북의 상자가 B 기종의 노트북의 상자보다 오른쪽에 있다.

... 1단계

즉 A 기종의 노트북의 배터리 지속 시간이 B 기종의 노트북의 배터리 지속 시간보다 대체로 길다고 할 수 있다.

따라서 A 기종의 노트북을 구매하는 것이 B 기종의 노트북을

구매하는 것보다 더 낮다고 할 수 있다.

... 2단계

답 A 기종의 노트북

단계	채점 요소	비율
1	A, B 두 기종의 노트북의 배터리 지속 시간의 상자그림 비교하기	50 %
2	A, B 두 기종의 노트북 중 어느 노트북을 구매하는 것이 더 나을지 구하기	50 %

573 ㄱ. 여학생의 생성형 AI 활용 횟수의 최솟값은 2회이고 남학생의 생성형 AI 활용 횟수의 최솟값은 4회이므로 생성형 AI 활용 횟수가 가장 적은 학생은 여학생이다.

ㄴ. 생성형 AI 활용 횟수가 가장 많은 학생과 가장 적은 학생의 횟수의 차는 여학생이 $14 - 2 = 12$ (회), 남학생이 $20 - 4 = 16$ (회)이므로 남학생이 여학생보다 더 크다.

ㄷ. 생성형 AI 활용 횟수가 11회 이상인 학생은 여학생의 약 25%이고, 남학생의 약 50%이므로 남학생의 비율이 더 높다.

ㄹ. 여학생의 생성형 AI 활용 횟수의 중앙값은 8회, 남학생의 생성형 AI 활용 횟수의 중앙값은 11회이므로 남학생의 생성형 AI 활용 횟수의 중앙값이 여학생의 중앙값보다 크다. 또 남학생의 상자가 여학생의 상자보다 오른쪽에 있으므로 남학생의 생성형 AI 활용 횟수가 여학생의 생성형 AI 활용 횟수보다 대체로 많다고 할 수 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ③

574 ① 두 동아리에서 몸무게가 가장 적게 나가는 학생의 몸무게의 차는 $52 - 44 = 8$ (kg)

② 축구 동아리에서 제3사분위수가 66 kg이므로 축구 동아리에서 몸무게가 상위 25 % 이내에 들려면 몸무게가 최소 66 kg 이어야 한다.

③ 수영 동아리에서 몸무게가 가장 많이 나가는 학생의 몸무게는 66 kg이고 축구 동아리에서 몸무게가 66 kg 이상인 학생은 축구 동아리 전체의 약 25 %이다.

즉 축구 동아리에 몸무게가 66 kg 이상인 학생은 최소

$$32 \times \frac{25}{100} = 8 \text{ (명)이다.}$$

④ 축구 동아리에서 몸무게가 61 kg 이상인 학생은 축구 동아리 전체의 약 50 %이고, 수영 동아리에서 몸무게가 61 kg 이상인 학생은 수영 동아리 전체의 약 25 %이다.

이때 두 동아리의 학생 수가 같으므로 몸무게가 61 kg 이상인 학생 수는 축구 동아리가 수영 동아리보다 더 많다.

⑤ 축구 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값은 61 kg, 수영 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값은 54 kg이므로 축구 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값이 수영 동아리 학생들의 몸무게의 중앙값보다 더 크다.

또 축구 동아리 학생들의 몸무게의 상자가 수영 동아리 학생들의 몸무게의 상자보다 위쪽에 있으므로 축구 동아리 학생들이 수영 동아리 학생들보다 대체로 몸무게가 많이 나간다고 할 수 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

답 ④

유형 095 상자그림과 히스토그램

본책 122쪽

(1) 히스토그램에서 알 수 있는 것

: 계급의 크기, 계급의 개수, 전체 도수, 각 계급의 도수 등

(2) 상자그림에서 알 수 있는 것

: 최솟값, 최댓값, 중앙값, 사분위수 등

575 윤서: 히스토그램에서 전체 학생 수는

$$3 + 9 + 12 + 5 + 2 = 31 \text{ (명)}$$

태우: 상자그림에서 최솟값은 2편이고, 최댓값은 18편이다.

도현: 히스토그램에서 도수가 가장 큰 계급은 8편 이상 12편 미만이다.

연희: 상자그림에서 중앙값은 8편이다.

따라서 잘못 말한 사람은 태우, 연희이다.

답 태우, 연희

576 ① 히스토그램에서 전체 학생 수는

$$5 + 11 + 8 + 4 + 3 + 1 = 32 \text{ (명)}$$

② 히스토그램에서 봉사 활동 시간이 30시간 이상 35시간 미만인 학생은 1명이고, 상자그림에서 최댓값이 34시간이므로 봉사 활동 시간이 34시간인 학생은 1명이다.

③ 히스토그램에서 봉사 활동 시간이 20시간 이상인 학생 수는

$$4 + 3 + 1 = 8 \text{ (명)}$$

④ 상자그림에서 최솟값이 5시간, 중앙값이 14시간이므로 봉사 활동 시간이 5시간 이상 14시간 이하인 학생은 전체의 약 50 %이다.

⑤ 상자그림에서 봉사 활동 시간이 11시간 이하인 학생은 전체의 약 25 %이고, 11시간 이상 20시간 이하인 학생은 전체의 약 50 %이므로 봉사 활동 시간이 11시간 이하인 학생 수와 11시간 이상 20시간 이하인 학생 수는 서로 같지 않다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

답 ②, ④

577 히스토그램에서 자료의 최솟값은 5 이상 10 미만, 최댓값은 25 이상 30 미만인 계급에 속한다.

또 변량의 개수가 $4 + 8 + 10 + 3 + 2 = 27$ (개)이고 각 계급에 속하는 변량의 개수는

5 이상 10 미만: 4개, 10 이상 15 미만: 8개,

15 이상 20 미만: 10개, 20 이상 25 미만: 3개,

25 이상 30 미만: 2개

이므로 제1사분위수는 10 이상 15 미만, 중앙값과 제3사분위수는 15 이상 20 미만인 계급에 속한다.

따라서 주어진 히스토그램의 자료를 나타낸 상자그림으로 가장 적절한 것은 (라)이다.

답 (라)

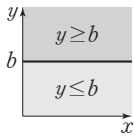
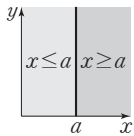
만점 공략 노트

변량의 개수가 27개이므로 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하였을 때, 제1사분위수는 7번째 변량, 중앙값은 14번째 변량, 제3사분위수는 21번째 변량이다. 히스토그램에서 각 변량이 속하는 계급을 찾아 그 범위를 상자그림에서 확인한다.

유형 096 산점도의 이해
: 이상, 이하, 초과, 미만

본책 123쪽

- (1) x 가 a 이상/이하이다. (2) y 가 b 이상/이하이다.



참고 이상 또는 이하: 기준선 위의 점을 포함한다.
초과 또는 미만: 기준선 위의 점을 포함하지 않는다.

578 ① 듣기 점수가 8점 이상

인 응시자 수는 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠ 위의 점의 개수와 직선 ㉠의 오른쪽 부분의 점의 개수의 합과 같으므로 7명이다.

② 읽기 점수가 6점 미만인 응시자 수는 위의 산점도에서 직선 ㉡

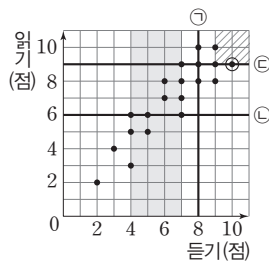
의 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

③ 듣기 점수가 4점 이상 7점 이하인 응시자 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 11명이다.

④ 듣기 점수가 가장 높은 응시자의 읽기 점수는 9점이다. 즉 듣기 점수가 가장 높은 응시자보다 읽기 점수가 높은 응시자 수는 위의 산점도에서 직선 ㉢의 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 2명이다.

⑤ 듣기 점수와 읽기 점수가 모두 9점 이상인 응시자 수는 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. **답 ⑤**



579 몸무게가 65 kg 초과인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠의 오른쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

이 학생들의 키는

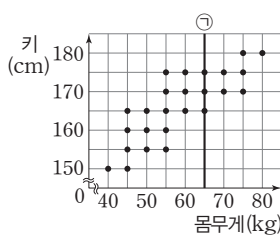
170 cm, 175 cm, 170 cm,

175 cm, 180 cm, 180 cm

이므로

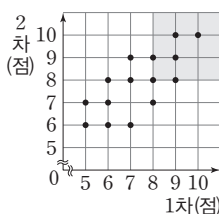
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{170+175+170+175+180+180}{6} \\ &= \frac{1050}{6} = 175 \text{ (cm)} \end{aligned}$$

답 175 cm



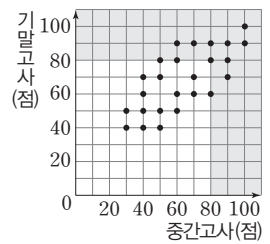
580 1차 점수와 2차 점수가 모두 8점 이상인 선수의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$$\therefore \frac{6}{15} \times 100 = 40 \text{ (\%)} \quad \text{답 40 \%}$$



581 중간고사와 기말고사 중 적어도 한번은 80점 이상을 받은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 12명이다.

답 12명

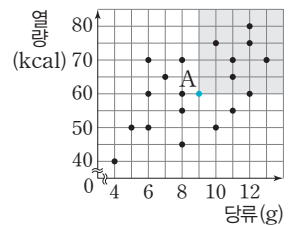


582 전체 음료수의 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 20개이다. ... 1단계

당류 함량과 열량이 모두 A 음료수보다 높은 음료수의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 제외)의 점의 개수와 같으므로 6개이다.

$$\therefore \frac{6}{20} \times 100 = 30 \text{ (\%)}$$

답 30 %



단계	채점 요소	비율
1	전체 음료수의 수 구하기	20 %
2	당류 함량과 열량이 모두 A 음료수보다 높은 음료수의 수 구하기	40 %
3	전체의 몇 %인지 구하기	40 %

583 ㄱ. 스마트폰 사용 시간과 책 읽는 시간이 모두 1시간 이하인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

ㄴ. 스마트폰 사용 시간이 2시간

이상인 학생 중에서 책 읽는 시간이 30분 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3명이다.

ㄷ. 스마트폰 사용 시간이 100분 미만인 학생 수는 위의 산점도에서 직선 ㉠의 왼쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

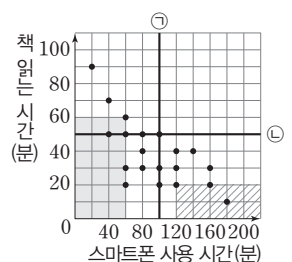
$$\therefore \frac{10}{20} \times 100 = 50 \text{ (\%)}$$

ㄹ. 책 읽는 시간이 50분 초과인 학생을 나타내는 점은 위의 산점도에서 직선 ㉡의 위쪽 부분의 점이다.

이 학생들의 스마트폰 사용 시간은 20분, 40분, 60분이므로 평균 스마트폰 사용 시간은

$$\frac{20+40+60}{3} = \frac{120}{3} = 40 \text{ (분)}$$

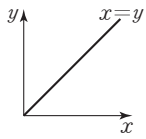
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. **답 ㄱ, ㄷ**



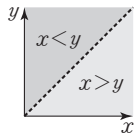
유형 097 산점도의 이해; 두 변량의 비교

본책 124쪽

(1) x 와 y 가 같다.

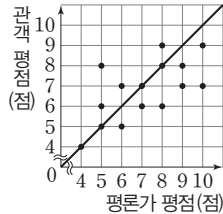


(2) y 가 x 보다 작다/크다.



584 평론가 평점보다 관객 평점이 높거나 같은 영화의 편수는 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점의 개수와 대각선 위쪽 부분의 점의 개수의 합과 같으므로 8편이다.

답 ⑤

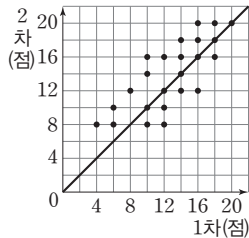


585 2차 점수가 1차 점수보다 떨어진 학생 수는 오른쪽 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

... 1단계

$$\therefore \frac{6}{24} \times 100 = 25 (\%) \quad \dots 2\text{단계}$$

답 25 %

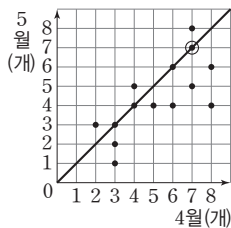


단계	채점 요소	비율
1	2차 점수가 1차 점수보다 떨어진 학생 수 구하기	50 %
2	전체의 몇 %인지 구하기	50 %

586 4월과 5월의 홈런 개수에 변화가 없는 선수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 대각선 위의 점이다. 이때 홈런 개수가 가장 많은 선수의 4월과 5월의 홈런 개수는 각각 7개이므로 평균 홈런 개수는

$$\frac{7+7}{2} = 7 (\text{개})$$

답 7개

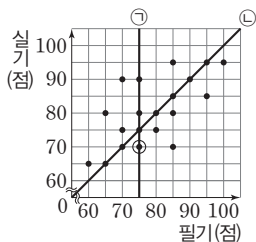


587 하운이보다 필기 점수가 낮은 학생은 6명이므로 하운이의 필기 점수는 75점으로 하운이를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠ 위의 4개의 점 중 하나이다.

이때 하운이의 필기 점수가 실기 점수보다 높으므로 하운이를 나타내는 점은 직선 ㉠의 아래쪽 부분의 점이다. 따라서 하운이의 실기 점수는 70점이므로 하운이의 필기 점수와 실기 점수의 합은

$$75+70=145 (\text{점})$$

답 145점



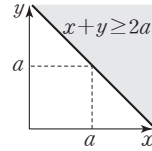
유형 098 산점도의 이해

본책 124쪽

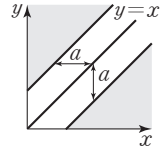
; 두 변량의 합, 차, 평균

주어진 조건에 따라 다음과 같이 기준이 되는 보조선을 긋는다.

(1) 두 변량의 합 또는 평균에 대한 조건이 주어질 때



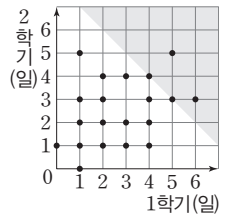
합이 $2a$ 이상 또는 평균이 a 이상



차가 a 이상

588 1학과 2학기에 체험 학습을 신청한 일수의 합이 8일 이상인 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 4명이다.

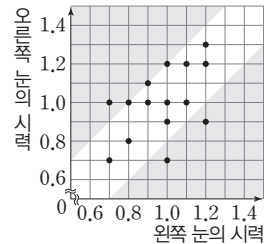
답 ④



589 왼쪽 눈의 시력과 오른쪽 눈의 시력의 차이가 0.2 이상인 환자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$$\therefore \frac{6}{15} \times 100 = 40 (\%)$$

답 40 %



590 1차보다 2차에서 기록이 오른 학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점이다. 이 중 점 A(20, 40)이 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 기록이 가장 많이 오른 학생의 총 횟수는

$$20+40=60 (\text{회})$$

$$\therefore a=60$$

... 1단계

1차보다 2차에서 기록이 떨어진 학생을 나타내는 점은 위의 산점도에서 대각선 아래쪽 부분의 점이다.

이 중 점 B(45, 25)가 대각선에서 가장 멀리 떨어져 있으므로 기록이 가장 많이 떨어진 학생의 총 횟수는

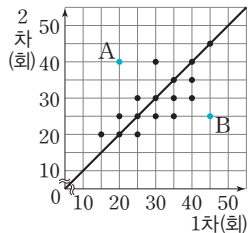
$$45+25=70 (\text{회}) \quad \therefore b=70$$

... 2단계

$$\therefore a+b=60+70=130$$

... 3단계

답 130



단계	채점 요소	비율
1	a 의 값 구하기	40 %
2	b 의 값 구하기	40 %
3	$a+b$ 의 값 구하기	20 %

591 ① 상우네 반 학생 수는 산점도에서 점의 개수와 같으므로 20명이다.

② 그리기 점수보다 만들기 점수가 더 높은 학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠의 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

③ 그리기 점수와 만들기 점수의 차이가 2점인 학생 수는 오른쪽의 산점도에서 두 직선 ㉡, ㉢ 위의 점의 개수와 같으므로 $5+2=7$ (명)이다.

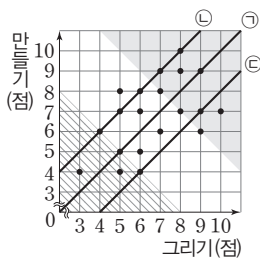
④ 그리기 점수와 만들기 점수의 합이 15점 이상인 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다.

⑤ 그리기 점수와 만들기 점수의 합이 10점 이하인 학생 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 5명이다.

$$\therefore \frac{5}{20} \times 100 = 25 (\%)$$

따라서 옳은 것은 ㉤이다.

답 ㉤



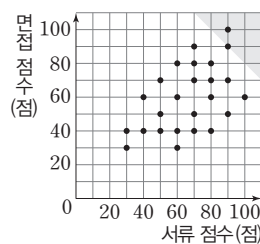
592 서류 점수와 면접 점수의 평균이 90점 이상이라면 두 점수의 합이 $90 \times 2 = 180$ (점) 이상이어야 한다.

서류 점수와 면접 점수의 합이 180점 이상인 지원자 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 2명이다.

이때 이 합격자들의 면접 점수는 90점, 100점이므로

$$(\text{평균}) = \frac{90+100}{2} = \frac{190}{2} = 95 (\text{점})$$

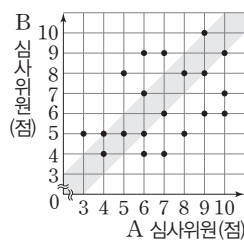
답 95점



593 $|x-y| \leq 1$ 을 만족시키려면 A, B 두 심사위원의 점수의 차이가 1점 이하이어야 한다.

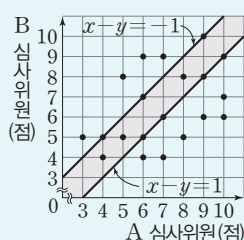
따라서 $|x-y| \leq 1$ 을 만족시키는 참가자의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 10명이다.

답 ㉢



만점 공략 노트

주어진 산점도에 두 직선 $x-y=-1$, $x-y=1$ 을 그린 후 두 직선 사이에 있는 점의 개수를 구해도 된다.

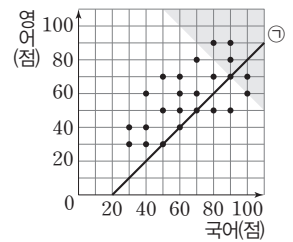


594 국어 성적과 영어 성적의 평균이 80점 이상이라면 두 점수의 합이 $80 \times 2 = 160$ (점) 이상이어야 한다.

국어 성적과 영어 성적의 합이 160점 이상인 학생들을 나타내는 점은 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이다.

이 학생들 중 국어 성적이 영어 성적보다 20점 이상 높은 학생 수는 위의 산점도에서 직선 ㉠ 위의 점의 개수와 직선 ㉠의 아래쪽 부분의 점의 개수의 합과 같으므로 3명이다.

답 3명

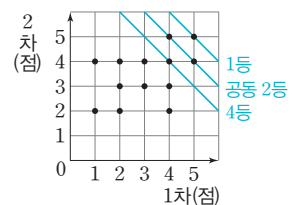


유형 099 산점도의 이해 : 등수가 주어진 경우

본책 125쪽

두 변량의 합 또는 평균을 이용하여 등수를 정하는 경우에는 오른쪽 산점도와 같이 두 변량의 합이 높은 순으로 직선을 그어 등수를 구한다.

이때 오른쪽 위에 있는 직선 일수록 두 변량의 합이 크다. 또 상위 $a\%$ 또는 하위 $b\%$ 이내에 드는 조건이 있는 경우에는 도수를 먼저 구한다.



595 상위 15% 이내에 드는 학생 수는

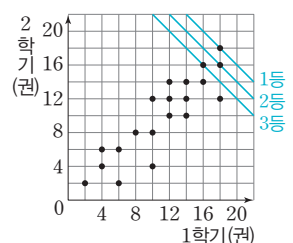
$$20 \times \frac{15}{100} = 3 (\text{명})$$

오른쪽 산점도에서 1학과 2학기에 읽은 책의 수의 합이 3번째로 많은 학생이 1학과 2학기에 읽은 책의 수는 각각 16권이므로 그 합은

$$16+16=32 (\text{권})$$

따라서 독서왕으로 선정된 학생이 1학과 2학기에 읽은 책의 수의 합은 최소 32권이다.

답 32권



596 오른쪽 산점도에서 2등인 참가자의 기술 점수가 9점, 예술 점수가 8점이므로

$$(\text{평균}) = \frac{9+8}{2} = 8.5 (\text{점})$$

$$\therefore a=8.5 \quad \dots (1\text{단계})$$

또 10등인 참가자의 기술 점수가 6점, 예술 점수가 7점이므로

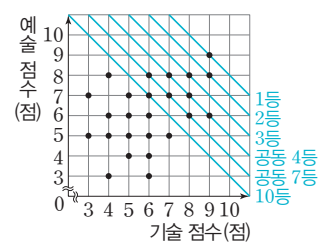
$$(\text{평균}) = \frac{6+7}{2} = 6.5 (\text{점}) \quad \therefore b=6.5$$

$$\therefore a+b=8.5+6.5=15$$

... (2단계)

... (3단계)

답 15



단계	채점 요소	비율
1	a의 값 구하기	40 %
2	b의 값 구하기	40 %
3	a+b의 값 구하기	20 %

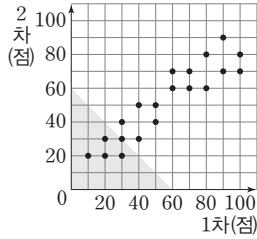
597 하위 25 % 이내에 드는 학생 수는

$$20 \times \frac{25}{100} = 5 \text{ (명)}$$

이 학생들을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이므로 재시험을 보는 학생들의 2차 영어 단어 시험 점수는 20점, 20점, 20점, 30점, 30점이다.

$$\therefore (\text{평균}) = \frac{20+20+20+30+30}{5} = \frac{120}{5} = 24 \text{ (점)}$$

답 24점

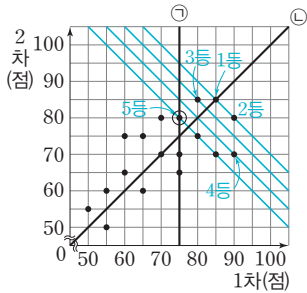


598 1차 시험에서 7등인 학생의 1차 시험 점수는 75점이므로 현우를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠ 위의 3개의 점 중 하나이다.

현우는 2차 시험에서는 1차 시험보다 높은 점수를 얻었으므로 현우를 나타내는 점은 직선 ㉠의 위쪽 부분의 점이다.

따라서 위의 산점도에서 현우는 5등이다.

답 5등



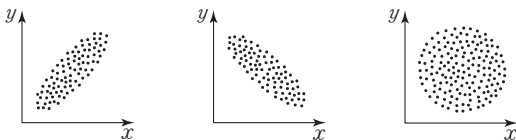
만점 공략 노트

1차와 2차 시험 점수의 평균이 같은 직선 위에 점이 여러 개인 경우에는 2차 시험 점수가 높은 학생이 높은 등수가 되므로 왼쪽에 있는 점일수록 높은 등수를 나타낸다.

유형 100 산점도와 상관관계

본책 126쪽

- (1) 양의 상관관계 (2) 음의 상관관계 (3) 상관관계가 없다.



599 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다.

따라서 x와 y 사이의 상관관계를 나타낸 산점도로 알맞은 것은 ④이다.

답 ④

600 ①, ③ 양의 상관관계

②, ④ 음의 상관관계

⑤ 상관관계가 없다.

답 ⑤

601 주어진 산점도는 음의 상관관계를 나타낸다.

①, ④ 음의 상관관계

② 상관관계가 없다.

③, ⑤ 양의 상관관계

답 ①, ④

602 ①, ②, ③, ⑤ 양의 상관관계

④ 음의 상관관계

따라서 상관관계가 나머지 넷과 다른 하나는 ④이다.

답 ④

603 ㄱ. 교통 인프라 지수와 인구 수 사이에는 양의 상관관계가 있다.

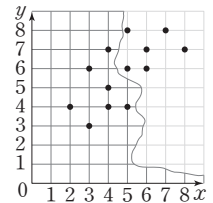
ㄴ. 주어진 산점도에서 중복되는 점은 없으므로 점의 개수를 구하면 조사한 도시의 수를 알 수 있다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ㄴ, ㄷ

604 주어진 변량을 추가하여 산점도를 그리면 오른쪽 그림과 같다. ... ①단계
따라서 x의 값이 증가함에 따라 y의 값도 대체로 증가하므로 두 변량 x와 y 사이에는 양의 상관관계가 있다. ... ②단계

답 양의 상관관계



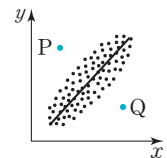
단계	채점 요소	비율
1	찢어진 부분의 산점도 그리기	50 %
2	상관관계 구하기	50 %

유형 101 산점도의 분석

본책 127쪽

오른쪽 산점도에서

- (1) P는 x의 값에 비하여 y의 값이 크다.
(2) Q는 x의 값에 비하여 y의 값이 작다.



605 ③ D는 게임 시간이 많지만 수학 성적이 높다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

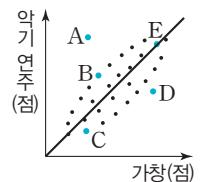
606 ① C는 가창 점수와 악기 연주 점수가 모두 낮은 편이다.

② B는 D보다 악기 연주 점수가 높다.

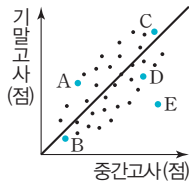
④ 오른쪽 산점도에서 대각선에서 멀리 떨어져 있을수록 가창 점수와 악기 연주 점수의 차가 크므로 A, B, C, D, E 중에서 가창 점수와 악기 연주 점수의 차이가 가장 큰 학생은 A이다.

⑤ 가창 점수와 악기 연주 점수 사이에는 양의 상관관계가 있다. 따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

답 ③, ④

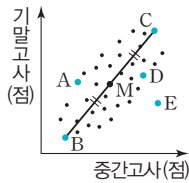


607 ㄱ. 오른쪽 산점도에서 대각선에
서 아래쪽으로 멀리 떨어져 있을수록
중간고사 성적에 비해 기말고사 성적
이 많이 떨어진 것이므로 중간고사 성
적에 비해 기말고사 성적이 많이 떨어
진 학생은 E이다.



ㄴ. A와 D의 기말고사 성적은 비슷하지만 중간고사 성적은 D
가 더 높으므로 A는 D보다 중간고사 성적과 기말고사 성적
의 평균이 낮다.

ㄷ. 선분 BC의 중점을 M이라 하면 점 M
이 점 D보다 왼쪽에 있으므로 B와 C
의 중간고사 성적의 평균은 D의 중간
고사 성적보다 낮다.



이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

답 ㄱ, ㄴ

만점 공략 노트

ㄷ. B와 C의 중간고사 성적의 평균은 점 M의 x 좌표와 같으므로 점
M과 점 D의 x 좌표를 비교하여 B와 C의 중간고사 성적의 평균
과 D의 중간고사 성적을 비교할 수 있다.

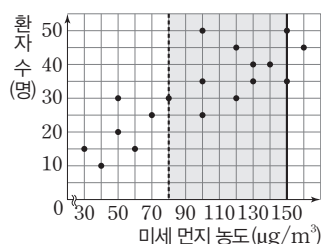
만점 유형 도전하기

본책 128~129쪽

608 **전략** 원그래프에서 연습 시간을, 상자그림에서 음역대를
생각해 본다.

ㄱ. 총 60시간 동안 발성 연습을 할 때, 지난 공연에서 사용한 발
성 비율에 따라 홍성을 $60 \times \frac{40}{100} = 24$ (시간), 중성을
 $60 \times \frac{30}{100} = 18$ (시간), 두성을 $60 \times \frac{20}{100} = 12$ (시간), 가성을
 $60 \times \frac{10}{100} = 6$ (시간) 동안 연습하고, 이때 각 발성별 음역대
의 중앙값과 유사한 음역대로 연습하는 것이 가장 적절하다.
이상에서 가장 적절한 연습 방법은 ㄴ이다. **답** ㄴ

609 **전략** 주어진 산점도에 미세 먼지 상태가 '나쁨'인 지역의
미세 먼지 농도의 기준을 표시해 본다.



미세 먼지 상태가 '나쁨'인 지역, 즉 미세 먼지 농도가
 $81 \mu\text{g}/\text{m}^3 \sim 150 \mu\text{g}/\text{m}^3$ 인 지역의 개수는 앞의 산점도에서 색칠
한 부분(경계선 중 실선은 포함, 점선은 제외)의 점의 개수와 같
으므로 10개이고, 이 지역들에 있는 호흡기 질환 환자 수는 25명,
35명, 50명, 30명, 45명, 35명, 40명, 40명, 35명, 50명이므로

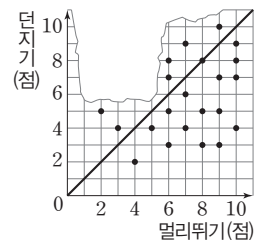
$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{25+35+50+30+45+35+40+40+35+50}{10} \\ &= \frac{385}{10} = 38.5 \text{ (명)} \end{aligned}$$

답 38.5명

610 **전략** 찢어진 부분에 있는 변량의 개수를 먼저 파악한 후
평균을 이용하여 식을 세운다.

주어진 산점도에 22개의 점이 있으므로 찢어진 부분에 2개의 점
이 있다.

멀리뛰기 점수보다 던지기 점수가
높은 학생을 나타내는 점은 오른쪽
산점도에서 대각선 위쪽 부분의 점
이다.



찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 멀
리뛰기 점수를 각각 a 점, b 점 ($a \leq b$)
이라 하면 멀리뛰기 점수의 평균이 5
점이므로

$$\frac{2+3+6+6+7+9+a+b}{8} = 5$$

$$33+a+b=40 \quad \therefore a+b=7$$

이때 찢어진 부분의 멀리뛰기 점수는 1점, 2점, 3점, 4점, 5점이
므로

$$a=2, b=5 \text{ 또는 } a=3, b=4 \quad (\because a \leq b)$$

찢어진 부분에 있는 2명의 학생의 던지기 점수를 각각 c 점, d 점
($c \leq d$)이라 하면 던지기 점수의 평균이 7점이므로

$$\frac{4+5+7+8+9+10+c+d}{8} = 7$$

$$43+c+d=56 \quad \therefore c+d=13$$

이때 찢어진 부분의 던지기 점수는 6점, 7점, 8점, 9점, 10점이
므로

$$c=6, d=7 \quad (\because c \leq d)$$

따라서 가능한 변량을 순서쌍 (멀리뛰기 점수, 던지기 점수)로
나타내면

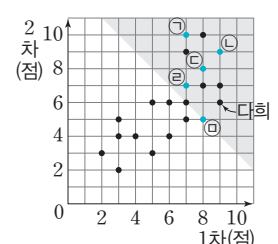
$$(2, 6) \text{과 } (5, 7), (2, 7) \text{과 } (5, 6),$$

$$(3, 6) \text{과 } (4, 7), (3, 7) \text{과 } (4, 6)$$

의 4가지이다. **답** 4가지

611 **전략** 주어진 산점도에 평균이 6점을 초과하는 학생을 나
타내는 점이 속하는 범위를 표시해 본다.

1차와 2차의 다트 점수의 평균이 6
점을 초과하는, 즉 1차와 2차의 다
트 점수의 합이 12점을 초과하는
학생을 나타내는 점은 오른쪽 산점
도에서 색칠한 부분(경계선 포함)
의 점이다.



이 중에서 다희를 제외한 학생 5명의 2차 다트 점수는 6점, 7점, 7점, 9점, 10점이다.

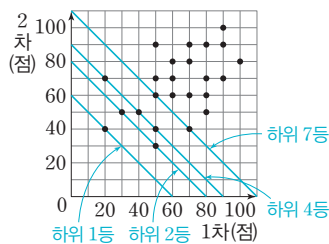
이때 다희의 올바른 기록의 2차 다트 점수를 x 점이라 하면 평균이 8점이므로

$$\frac{6+7+7+9+10+x}{6}=8, \quad 39+x=48 \quad \therefore x=9$$

따라서 다희의 2차 다트 점수가 9점이므로 다희의 올바른 기록으로 알맞은 것은 ㉠이다. **답 ②**

612 전략 아린이를 제외한 24명 중 하위 7등을 찾아 그 학생의 1차와 2차 점수의 평균을 구한다.

아린이가 하위 7등이 되면 오른쪽 산점도에서 아린이의 1차와 2차 시험 점수의 평균은 아린이를 제외한 24명 중 하위 4등인 학생의 평균보다 크고, 하위 7등인 학생의 평균보다 작거나 같아야 한다.



이때 아린이를 제외한 24명 중 하위 4등인 학생 3명의 평균은 모두

$$\frac{20+70}{2}=\frac{40+50}{2}=\frac{50+40}{2}=45 \text{ (점)}$$

이고, 하위 7등인 학생 2명의 평균은 모두

$$\frac{50+60}{2}=\frac{70+40}{2}=55 \text{ (점)}$$

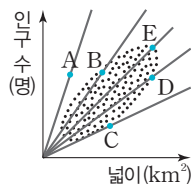
따라서 아린이가 하위 7등이 되게 하는 k 의 값의 범위는

$$45 < k \leq 55 \quad \text{답 } 45 < k \leq 55$$

613 전략 두 축의 교점에서 각 점을 연결하는 직선을 그어 본다.

인구 밀도는 $\frac{(\text{도시의 인구 수})}{(\text{도시의 넓이})}$ 이므로 5개의 도시 A, B, C, D, E의 인구 밀도는 두 축의 교점과 5개의 점을 각각 연결한 직선의 기울기를 의미한다.

각 직선을 주어진 산점도 위에 그려 보면 오른쪽 그림과 같으므로 기울기가 큰 직선부터 차례대로 나열하면 점 A를 지나는 직선, 점 B를 지나는 직선, 점 E를 지나는 직선, 점 D를 지나는 직선, 점 C를 지나는 직선이다.



따라서 5개의 도시 A, B, C, D, E를 인구 밀도가 큰 도시부터 차례대로 나열하면 A, B, E, D, C이다.

$$\text{답 } A, B, E, D, C$$

614 전략 주어진 글의 내용을 이해하여 지구의 평균 온도와의 상관관계를 생각해 본다.

㉠, ㉡, ㉢, ㉣ 양의 상관관계

㉤, ㉥ 음의 상관관계

$$\text{답 } ㉢, ㉥$$

615 전략 주어진 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열한다.

자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 10, 10, 10, 11, 13, 13, 15,

15, 16, 17, 17, 17, 20, 20, 25, 30

이 자료의 중앙값은 15초이므로

$$a=15$$

5, 10, 10, 10, 11, 13, 13, 15의 중앙값은 $\frac{10+11}{2}=10.5$ (초)

이므로 제1사분위수는 10.5초이다.

16, 17, 17, 17, 20, 20, 25, 30의 중앙값은 $\frac{17+20}{2}=18.5$ (초)

이므로 제3사분위수는 18.5초이다.

즉 사분위수 범위는 $18.5-10.5=8$ (초)이므로

$$b=8$$

$$\therefore a-b=15-8=7$$

$$\text{답 } ③$$

616 전략 주어진 상자그림에서 최솟값을 찾는다.

최솟값이 1 cm이므로 1년 동안 자란 키는 최소 1 cm이다.

$$\therefore a=1$$

제3사분위수가 8 cm이므로 1년 동안 자란 키가 상위 25 % 이내에 드는 학생은 최소 8 cm가 자랐다. $\therefore b=8$

$$\therefore b-a=8-1=7$$

$$\text{답 } ④$$

617 전략 상자그림의 특징에 대하여 생각해 본다.

② 제1사분위수는 14분, 제3사분위수는 26분이므로 제1사분위수와 제3사분위수의 차는 $26-14=12$ (분)

③ 최댓값이 36분이므로 식사 시간이 가장 긴 학생의 식사 시간은 36분이다.

④ 제1사분위수는 14분이므로 식사 시간이 14분 이하인 학생은 전체의 약 25 %이다.

⑤ ㉠~㉥ 중 변량이 가장 흩어져 있는 구간은 길이가 가장 긴 ㉢이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

$$\text{답 } ③$$

618 전략 먼저 하위 50 %에 속하는 학생 수를 구한다.

하위 50 %에 속하는 학생 수는

$$20 \times \frac{50}{100} = 10 \text{ (명)}$$

하위 50 %에 속하는 학생들의 턱걸이 기록은 6회 이하이고, 이 학생들의 약력 기록을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

5, 10, 15, 15, 20, 20, 25, 30, 30, 35

5, 10, 15, 15, 20의 중앙값은 15 kg이므로 제1사분위수는 15 kg이다.

20, 25, 30, 30, 35의 중앙값은 30 kg이므로 제3사분위수는 30 kg이다.

따라서 제1사분위수와 제3사분위수의 차는

$$30-15=15 \text{ (kg)}$$

$$\text{답 } ③$$

619 전략 주어진 산점도에 보조선을 그어 본다.

② 2점짜리 슛을 45개 이상 넣은

학생 수는 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠ 위의 점의 개수와 직선 ㉠의 오른쪽 부분의 점의 개수의 합과 같으므로 15명이다.

③ 3점짜리 슛을 더 많이 넣은 학생

수는 위의 산점도에서 직선 ㉡의 위쪽 부분의 점의 개수와 같으므로 9명이다.

③ 3점짜리 슛을 45개 이상 넣은 학생 중에서 2점짜리 슛을 35개 미만 넣은 학생 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 1명이다.

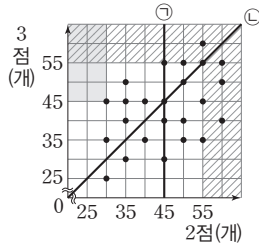
④ 적어도 한 종류의 슛을 55개 이상 넣은 학생 수는 위의 산점도에서 빗금 친 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 9명이다.

⑤ 2점짜리 슛을 가장 적게 넣은 학생들이 넣은 3점짜리 슛의 개수는 25개, 35개, 45개이므로 평균 개수는

$$\frac{25+35+45}{3} = \frac{105}{3} = 35 \text{ (개)}$$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③



620 전략 소희의 1차 수행평가 성적을 먼저 구한다.

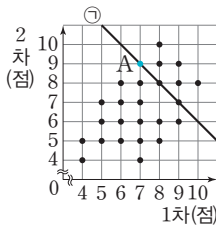
1차 성적이 소희보다 높은 학생은 10명
이므로 소희의 1차 수행평가 성적은 7점
이다.

이때 소희의 2차 성적이 1차 성적보다 2
점 높으므로 소희의 2차 성적은 9점이다.
즉 소희의 성적을 나타내는 점은 위의
산점도에서 점 A이고 소희의 1차와 2차
성적의 평균은 $\frac{7+9}{2} = 8$ (점)이다.

따라서 1차와 2차 성적의 평균이 8점인 소희 이외의 학생 수는
위의 산점도에서 직선 ㉠ 위의 점 중 점 A를 제외한 점의 개수
와 같으므로 2명이다.

$$\therefore \frac{2}{25} \times 100 = 8 \text{ (\%)}$$

답 ②

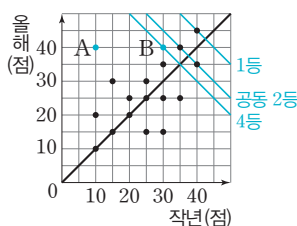


621 전략 평균 득점의 차가 가장 큰 선수를 나타내는 점은 대각선을 그어 가장 멀리 떨어진 점을 찾는다.

작년과 올해 평균 득점의 차가
가장 큰 선수를 나타내는 점은
오른쪽 산점도에서 대각선에서
가장 멀리 떨어진 점 A이므로
이 선수의 작년 평균 득점은 10
점이다.

$$\therefore a = 10$$

또 4등인 선수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 점 B이므로 이
선수의 올해 평균 득점은 40점이다.



$$\therefore b = 40$$

$$\therefore a + b = 10 + 40 = 50$$

답 ①

622 전략 총점이 높은 학생부터 차례대로 총점을 구해 본다.

학생들의 경시대회 점수를 총점이 높
은 순서대로 순서쌍
(수학 점수, 과학 점수)로 나타내면

(95, 100), (95, 95), (90, 95),
(90, 90), (95, 85), ...

이므로 총점은

$$95 + 100 = 195 \text{ (점)}, 95 + 95 = 190 \text{ (점)},$$

$$90 + 95 = 185 \text{ (점)}, 90 + 90 = 180 \text{ (점)},$$

$$95 + 85 = 180 \text{ (점)}, \dots$$

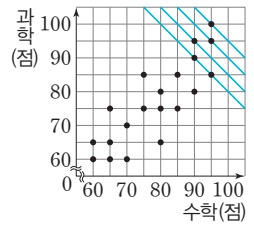
이때 상위 5명의 학생들의 총점의 평균은

$$\frac{195 + 190 + 185 + 180 + 180}{5} = \frac{930}{5} = 186 \text{ (점)}$$

이므로 성적 우수자로 선발된 학생은 5명이다.

$$\text{따라서 } \frac{5}{20} \times 100 = 25 \text{ (\%)} \text{ 이므로 } a = 25$$

답 ④



만점 공략 노트

총점이 170점 이하인 학생이 선발되는 경우 선발된 학생들의 총점의
평균이 186점보다 낮으므로 총점이 180점 이상인 학생들이 선발되
는 경우를 생각해 본다.

623 전략 산점도와 상관관계의 특징을 생각해 본다.

① 산점도는 두 변량의 순서쌍을 좌표평면 위에 점으로 나타낸
그림이다.

② 상관관계가 없을 수도 있다.

③ 산점도에서 점들이 오른쪽 아래로 향하는 경향이 있으면 음
의 상관관계가 있다고 한다.

⑤ 양 또는 음의 상관관계가 있는 산점도에서 점들이 한 직선에
가까이 분포되어 있을수록 상관관계는 강하다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

답 ④

624 전략 먼저 주어진 자료의 변량을 추가하여 산점도를 완성
한다.

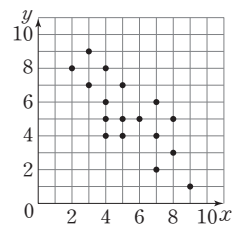
주어진 변량을 추가하여 산점도를 그
리면 오른쪽 그림과 같으므로 두 변량
 x 와 y 사이에는 음의 상관관계가 있다.

①, ④ 양의 상관관계

②, ⑤ 음의 상관관계

③ 상관관계가 없다.

답 ②, ⑤



625 전략 주어진 산점도의 각 영역이 갖는 의미를 생각해 본다.

③ (타)에 속한 회원들은 신발 크기에 비해 키가 작은 편이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

답 ③

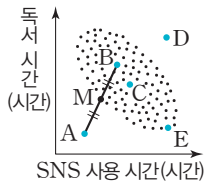
626 전략 주어진 산점도에서 각 점의 위치의 의미를 파악한다.

ㄱ. SNS 사용 시간과 독서 시간 사이에는 음의 상관관계가 있다.

ㄴ. 오른쪽 산점도에서 선분 AB의 중점을 M이라 하면 점 M이 점 C보다 아래쪽에 있으므로 A와 B의 독서 시간의 평균은 C의 독서 시간보다 짧다.

ㄷ. D는 B보다 SNS 사용 시간과 독서 시간이 모두 길므로 그 합도 길다.

이상에서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.



답 ⑤

627 전략 평균을 이용하여 $a+b$ 의 값을 먼저 구한다.

평균이 9.5 GB이므로

$$\frac{2+24+b+10+5+16+13+3+11+a}{10}=9.5$$

$$84+a+b=95$$

$$\therefore a+b=11$$

이때 a, b 는 자연수이고 $a > b$ 이므로 a, b 의 순서쌍 (a, b) 는

$(10, 1), (9, 2), (8, 3), (7, 4), (6, 5) \dots \dots$ ㉠

a, b 를 제외한 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 10, 11, 13, 16, 24

전체 변량이 10개일 때, 제1사분위수는 3번째 변량이므로 제1사분위수가 5 GB이려면 $b \geq 5$ 이어야 한다.

㉠에서 $a=6, b=5$ 이므로 자료의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 3, 5, 5, 6, 10, 11, 13, 16, 24

따라서 중앙값은

$$\frac{6+10}{2}=8 \text{ (GB)}$$

답 8 GB

628 전략 히스토그램에서 각 계급의 학생 수를 구하고 상자그림에서 최솟값과 사분위수를 찾아 a, b, c, d 의 값을 구한다.

히스토그램에서 전체 학생 수는

$$1+3+4+5+2+4+4+1=24 \text{ (명)}$$

$$\therefore a=24$$

상자그림에서 최솟값이 44 kg이므로 몸무게가 가장 적게 나가는 학생의 몸무게는 44 kg이다.

$$\therefore b=44$$

상자그림에서 제1사분위수는 54 kg, 제3사분위수는 68 kg이므로 제1사분위수와 제3사분위수의 합은

$$54+68=122 \text{ (kg)}$$

$$\therefore c=122$$

히스토그램에서 몸무게가 65 kg 이상인 학생은

$$4+4+1=9 \text{ (명)}$$

$$\therefore d=9$$

$$\therefore a+b+c+d=24+44+122+9=199$$

답 199

629 전략 고객 평점과 실적의 평균을 각각 구하여 주어진 산점도에서 보조선을 그어 본다.

고객 평점의 평균은

$$\frac{20 \times 2 + 30 + 40 \times 3 + 50 + 60 + 70 \times 2 + 80 \times 2 + 90 \times 3}{15}$$

$$= \frac{870}{15} = 58 \text{ (점)}$$

실적의 평균은

$$\frac{10 + 15 + 25 \times 4 + 30 \times 2 + 35 + 40 \times 3 + 45 \times 2 + 50}{15}$$

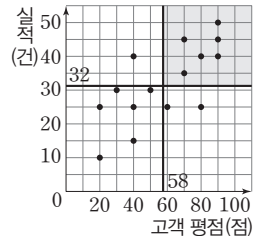
$$= \frac{480}{15} = 32 \text{ (건)}$$

고객 평점과 실적 모두 평균 이상인

팀원의 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 6명이다.

$$\therefore \frac{6}{15} \times 100 = 40 \text{ (\%)}$$

답 40 %



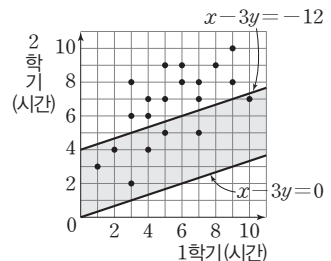
630 전략 주어진 산점도에서 직선을 그어 본다.

$-12 \leq x-3y \leq 0$ 을 만족시키

는 학생 수는 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 7명이다.

$$\therefore \frac{7}{20} \times 100 = 35 \text{ (\%)}$$

답 35 %



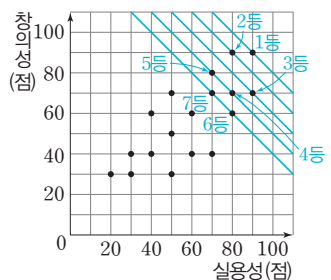
631 전략 실용성 점수와 창의성 점수의 합이 같은 점들을 선으로 연결한다.

오른쪽 산점도에서 7등인 참가자의 실용성 점수는 70점이 고 창의성 점수도 70점이다.

따라서 실용성 점수와 창의성 점수의 차는

$$70-70=0 \text{ (점)}$$

답 0점



만점 공략 노트

실용성 점수와 창의성 점수의 합이 같은 직선 위에 점이 여러 개일 때에는 실용성 점수가 높은 참가자가 높은 등수가 되므로 오른쪽에 있는 점일수록 높은 등수를 나타낸다.

632 전략 주어진 산점도에서 A, B, C, D, E의 용돈과 저축액을 분석한다.

가장 용돈도 적고 저축액도 적은 학생은 A이고, A의 용돈은 3만 원이다.

용돈에 비해 저축액이 가장 적은 학생은 E이고, E의 용돈은 9만 원이다.

따라서 두 학생의 용돈의 차는 $9-3=6$ (만 원) **답** 6만 원

633 **전략** 세 상자그림의 중앙값과 상자의 위치를 비교해 본다.
A 뮤지컬의 평점의 중앙값은 5점, B 뮤지컬의 평점의 중앙값은 4점, C 뮤지컬의 평점의 중앙값은 7점으로 C 뮤지컬의 평점의 중앙값이 가장 크다.

또 C 뮤지컬의 상자가 A, B 뮤지컬의 상자에 비해 가장 오른쪽에 있다. ... (1단계)

즉 C 뮤지컬의 평점이 A, B 뮤지컬의 평점보다 대체로 높다고 할 수 있다.

따라서 C 뮤지컬을 고르는 것이 A, B 뮤지컬을 고르는 것보다 더 낫다고 할 수 있다. ... (2단계)

답 C 뮤지컬

단계	채점 요소	배점
1	A, B, C 세 뮤지컬의 평점의 상자그림 비교하기	2점
2	어느 뮤지컬을 관람하는 것이 더 나은지 구하기	2점

634 **전략** 평균을 이용하여 중복되는 점이 나타내는 금메달, 은메달의 개수를 먼저 구한다.

중복된 점이 나타내는 금메달의 개수를 a 개라 하면 금메달 획득 개수의 평균이 6개이므로

$$\frac{2 \times 3 + 3 + 4 + 5 \times 2 + 7 \times 2 + 8 \times 3 + 9 + 12 + a}{15} = 6$$

$$82 + a = 90 \quad \therefore a = 8$$

중복된 점이 나타내는 은메달의 개수를 b 개라 하면 은메달 획득 개수의 평균이 6.2개이므로

$$\frac{2 \times 2 + 3 + 4 + 5 \times 2 + 7 \times 4 + 8 + 9 + 10 + 12 + b}{15} = 6.2$$

$$88 + b = 93 \quad \therefore b = 5$$

따라서 중복된 점이 나타내는 금메달, 은메달의 개수는 각각 8개, 5개이다. ... (1단계)

금메달과 은메달 중 적어도 한 종류의 메달을 5개 이하로 획득한 국가를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점이고, 이때 금메달 획득 개수가 8개, 은메달 획득 개수가 5개인 국가가 2개이므로 색칠한 부분에 있는 점 11개는 12개국을 나타낸다. ... (2단계)

$$\therefore \frac{11}{15} \times 100 = 73.3\%$$

답 73.3%

단계	채점 요소	배점
1	중복된 점이 나타내는 금메달, 은메달의 개수 구하기	3점
2	적어도 한 종류의 메달을 5개 이하로 획득한 국가의 수 구하기	2점
3	전체의 몇 %인지 구하기	1점

635 **전략** 열대야 발생 일수가 가장 많이 늘어난 지역은 대각선을 그어 가장 멀리 떨어진 점을 찾는다.

작년에 비해 열대야 발생 일수가 가장 많이 늘어난 지역을 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 대각선에서 위쪽으로 가장 멀리 떨어진 점 A이고 이 지역의 작년 열대야 발생 일수는 25일, 올해 열대야 발생 일수는 45일이므로 $45 - 25 = 20$ (일)이 늘었다.

$$\therefore a = 20$$

... (1단계)

작년에 비해 올해 열대야 발생 일수가 10일 이상 줄어든 지역의 수는 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점의 개수와 같으므로 3개이다.

$$\frac{3}{20} \times 100 = 15\% \text{ 이므로 } b = 15$$

... (2단계)

$$\therefore a + b = 20 + 15 = 35$$

... (3단계)

답 35

단계	채점 요소	배점
1	a의 값 구하기	2점
2	b의 값 구하기	2점
3	a+b의 값 구하기	1점

636 **전략** 산점도에서 각 조건을 만족시키는 선수를 나타내는 점을 찾는다.

(가) 1차보다 2차 점수가 더 높은 선수를 나타내는 점은 오른쪽 산점도에서 직선 ㉠의 위쪽 부분의 점과 같다. ... (1단계)

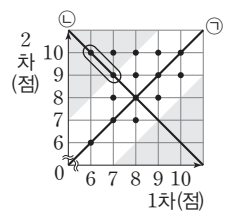
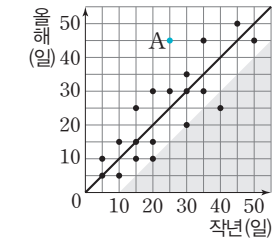
(나) 1차와 2차의 점수의 차이가 2점 이상인 선수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 색칠한 부분(경계선 포함)의 점과 같다. ... (2단계)

(다) 1차와 2차의 점수의 평균이 8점인 선수를 나타내는 점은 위의 산점도에서 직선 ㉡ 위의 점과 같다. ... (3단계)

따라서 주어진 조건을 만족시키는 선수는 2명이다. ... (4단계)

답 2명

단계	채점 요소	배점
1	조건 (가)를 만족시키는 선수를 나타내는 점 찾기	1점
2	조건 (나)를 만족시키는 선수를 나타내는 점 찾기	2점
3	조건 (다)를 만족시키는 선수를 나타내는 점 찾기	2점
4	조건 (가), (나), (다)를 만족시키는 선수의 수 구하기	1점



MEMO



A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.

MEMO



A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.

MEMO



A series of horizontal dotted lines for writing, spanning the width of the page.